APÉNDICE

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Apéndice

En este apartado se amplían algunos términos que han sido resaltados y numerados en las mallas de aprendizaje de matemáticas, con la finalidad de ofrecer explicaciones que favorezcan la lectura y comprensión de las mismas. P.ej.:

> Se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas ligados a contextos conocidos por los estudiantes. Por eso conviene enfatizar la formulación y resolución de problemas que exijan combinar varias operaciones con números naturales y fraccionarios (en sus representaciones decimal y fraccionaria) y especialmente en ***problemas inversos***$_{13}$

Término resaltado **Subíndice**

En el apartado de las mallas de aprendizaje de grado quinto que se presenta en la imagen anterior, el término Problemas Inversos ha sido resaltado e identificado con el subíndice **13**, que permite ubicar el término en el presente apéndice, así:

> **13** ***Problemas directos e inversos***
>
> Un problema aditivo se modela mediante la igualdad a + b = c, si el valor desconocido es c (a + b = ?) es directo, si uno de los valores desconocidos es a o b, el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante a x b = c.

Adicionalmente, en este apéndice aparecen las referencias bibliográficas usadas para la construcción de las mallas de aprendizaje del área de matemáticas.

1 *Habilidades para enumerar*

Son habilidades que permiten dar cuenta de la cantidad de elementos de una colección, como:

- Enunciar ordenada y fluidamente la secuencia de palabras de contar (uno, dos, tres...)
- Hacer corresponder a cada palabra de contar un único elemento contado.
- Establecer un orden para contar los elementos, esto posibilita que todo elemento sea contado y que se haga una sola vez.
- Reconocer que la última palabra enunciada indica la cantidad de elementos contados (uno, dos..., siete. Como la última palabra de contar es siete, significa que la colección tiene 7 elementos).

2 *Variación entre dos magnitudes*

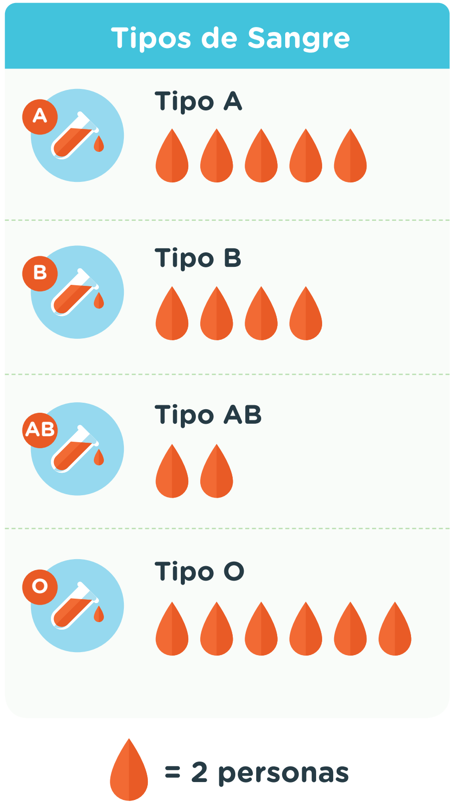
En los hechos que ocurren, suele darse que algunas magnitudes cambian el valor de su medida mientras se produce la ocurrencia del hecho (la distancia que recorre el atleta cambia de valor a medida que el atleta da más pasos), por eso se dice **variación entre dos magnitudes** (la distancia que recorre el atleta se incrementa con el aumento de los pasos o con el tiempo que lleva corriendo); también, pueden establecerse otras relaciones (la distancia que le falta para cruzar la meta disminuye entre más pasos da).

3 *Pictograma*

Es un tipo de gráfica utilizada para representar una cantidad o una cualidad. Se utiliza para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.

Sin escala: cada símbolo o dibujo representa un dato.

Con escala: cada símbolo o dibujo representa un valor fijo diferente a 1.

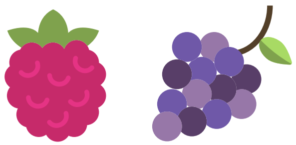


4 *Variables cualitativas*

Son aquellas que hacen referencia a cualidades o atributos que no son susceptibles de ser medidos (p. ej. en un estudio de los sabores de helados preferidos por parte de un grupo social, la variable *sabores de helados*, es cualitativa).

Nominales: no admiten un criterio de ordinalidad. P. ej.

Frutas:



Mora **Uva** **Pera**

Mascotas:

Perro **Gato** **Canario**

Ordinales: admite un criterio de ordinalidad. P. ej.

Puesto conseguido en una prueba deportiva:

Primero **Segundo** **Tercero**

Medalla en una prueba deportiva:

Oro **Plata** **Bronce**

5 *Magnitud*

A los atributos medibles se les llama magnitudes (longitud —hace referencia al largo—, peso, duración, capacidad, superficie, volumen, etc.).

Nota: En el desarrollo de las mallas de aprendizaje se ha realizado el abordaje de la magnitud *peso*, haciendo referencia a la *masa* en los primeros grados, esto en consideración a que en estos grados de escolaridad no se cuenta con los elementos para realizar la diferenciación entre las dos magnitudes, que se sugiere sea abordada en grados superiores.

6 *Pensamiento aditivo y pensamiento multiplicativo*

Pensamiento aditivo: Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van ganando para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de suma y/o de resta.

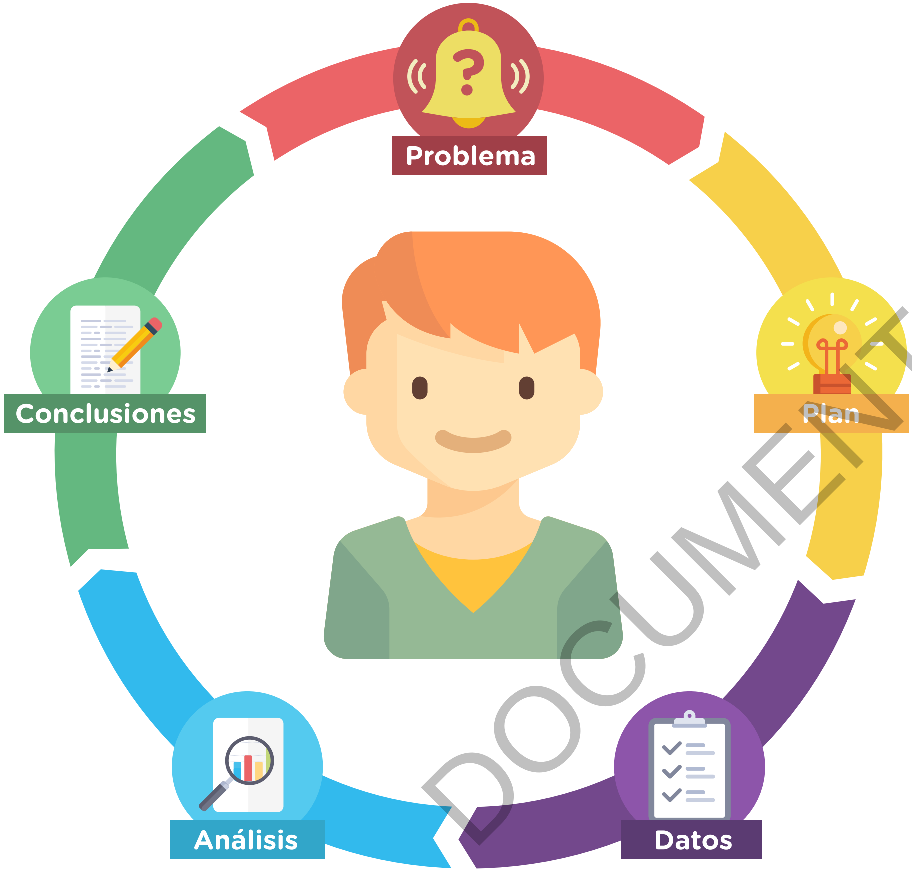
Pensamiento multiplicativo: Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van ganando para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de multiplicación y/o división.

7 *Atributos medibles*

Los objetos y los eventos tienen atributos o características que pueden medirse (a un pedazo de palo de escoba o una cinta se le puede medir su largo, su peso; al evento consistente en una carrera de atletismo, su duración). No todos los objetos tienen los mismos atributos medibles (p. ej., una competencia deportiva no tiene peso, pero sí puede relacionarse con la medida de distancia o la de duración).

8 *Ciclo investigativo*

Es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas.



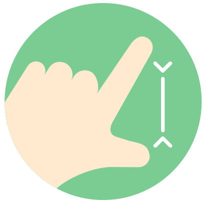
El desarrollo de los momentos no es lineal y sucesivo, pues en la práctica se dan regresos a fases previas para hacer ajustes y continuar. Este enfoque requiere crear las condiciones para que los estudiantes hagan suyos los diferentes momentos del ciclo y no sean simples ejecutores de las indicaciones del profesor; además, es fundamental que hagan propias las preguntas de investigación, ya que esto moviliza el deseo y el interés de resolverlas para sí y favorece la construcción de sentido.

9 *Población y muestra*

La población es el conjunto de cosas, personas, animales o situaciones sobre las que se realiza el estudio estadístico. Unas veces se estudian todos y cada uno de los elementos que componen la población de estudio (estudio censal), otras veces, cuando la población no se puede o no se necesita tomar en su totalidad, se estudia una muestra representativa. P. ej.: se estudia la cantidad de libros leídos por los estudiantes de un colegio durante el último mes. Se puede diseñar una encuesta que se aplica a toda la población o se puede tomar la decisión de encuestar una parte de los estudiantes de ese colegio, por eso se tendrá que tener precauciones para estudiar una muestra que represente de forma adecuada a la totalidad de la población.

10 *Patrones, unidades e instrumentos de medida*

Una unidad de medida se denomina *convencional* (una unidad de medida no convencional puede denominarse también arbitaria) cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; p.ej. la utilización de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un geme (longitud).



Geme

El intercambio de productos exige que se establezcan convenciones entre grupos más amplios. Así se hace necesario realizar procesos de *estandarización* sobre las unidades de medida con patrones (metro), los procedimientos de medición (para medir el largo de un palo se toma el geme como unidad y se cuenta cuántos veces cabe a lo largo o se toma una cinta métrica y se cubre su longitud) y los instrumentos (para temperatura termómetro).

11 *Descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo*

Las relaciones entre las formas de escribir los números con cifras, p. ej. **354** y la forma de leerlos **trescientos cincuenta y cuatro**, intervienen en la comprensión y utilización de las reglas de escritura de los números.

Descomposición aditiva

354 → 300 + 50 + 4
Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**
- 300 y 400 son **700**
- 50 y 70 son **120**
- 4 y 6 son **10**

700 y 120 son **820;**
820 y 10 son **830**

Descomposición aditivo-multiplicativa

354 → 3 de 100 + 5 de 10 + 4
Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**
- 3 de 100 y 4 de 100 son 7 de 100 → **700**
- 5 de 10 y 7 de 10 son 12 de 10 que puede ser entendido como 1 de 100 y 2 de 10 o como **120**
- 4 y 6 son 10 → 1 de 10 o simplemente **10**

Suma de los de 100: 7 y 1 son 8, 8 de 100 son **800**
Suma de los de 10: 2 y 1 son 3, 3 de 10 son **30**
Resultado: **830**

12 *Algunos tipos de problemas aditivos*

De composición	De transformación	De relación
Ejemplos de problemas que se formulan en el mismo orden temporal en que ocurren los hechos a los que hace referencia la situación		
Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; y en la tarde, 22. ¿Cuántas cajas llenó en el día? (15 + 22 = ?)	Juana trabaja empacando galletas. Al finalizar la mañana, había llenado 15 cajas; y en la tarde, 22 más. ¿Cuántas cajas llenó en el día?	Juana trabaja empacando galletas. En la mañana llenó 15 cajas; y en la tarde, 22. ¿Cuántas cajas menos llenó en la mañana en relación con las que llenó en la tarde?
Ejemplos de problemas que se formulan en orden temporal distinto en que ocurren los hechos a los que hace referencia la situación		
Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; si en el día llenó 37, ¿cuántas cajas llenó en la tarde? (Primero el niño lo puede pensar como una suma incompleta 15 + ? = 37; posteriormente como una resta 37 – 12 = ?)	Juana trabaja empacando galletas. Al finalizar la mañana, había llenado 15 cajas y en la tarde llenó algunas hasta completar 37. ¿Cuántas cajas llenó en la tarde?	Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; si en la mañana llenó 7 menos que en la tarde, ¿cuántas llenó en la tarde?

13 *Problemas directos e inversos*

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad a + b = c, si el valor desconocido es c (a + b = ?) es directo, si uno de los valores desconocidos es a o b, el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante a x b = c.

Problemas directos	Problemas inversos
a + b = ? Alberto tiene $3.450 y recibe $2400 que le regala su padre, ¿cuánto dinero completa? (3.450 + 2.400 = ?)	**? + b = c** Alberto recibe $2400 que le regala su padre, así completa $5.850, ¿cuánto dinero tenía? (? + 2.400 = 5.850) **a + ? = c** Alberto tiene $3.450, con el dinero que le regala su padre completa $5.850, ¿cuánto dinero recibió de su padre?
a x b = ? Un resorte mide 56 cm cuando no está estirado. ¿Qué longitud alcanza cuando se estira hasta 3 veces? (56 x 3 = ?)	**? x b = c** Después de estirar un resorte a 3 veces su longitud, alcanza 168 cm. ¿Qué longitud tiene el resorte cuando no está estirado? (? x 3 = 168) **a x ? = c** Un resorte mide 56 cm y después de estirado alcanza 168 cm. ¿Cuántas veces es la longitud del resorte estirado comparada con la longitud cuando no está estirado? (56 x ? = 168)

14 *Problemas simples y compuestos*

Esta clasificación hace referencia al número de operaciones que involucra la resolución del problema. Los hay simples, que requieren una única operación (también llamados de una etapa), y compuestos, que requieren dos y más operaciones (también llamados de dos etapas, de tres etapas, según el número de operaciones que exijan).

Problemas simples	Problemas Compuestos
Alberto tiene $3.450; con este dinero compra un artículo que cuesta $1500, ¿cuánto dinero le queda? (3.450 – 1.500 = 2.950)	Con el dinero que tenía, Alberto compra dos artículos, el primero cuesta $1500 y el segundo $800. Si después de las compras se queda con $2950, ¿cuánto dinero tenía?
Alfredo descarga cajas de un camión para depositarlas en una bodega. En cada viaje puede mover hasta 8 cajas. En el camión hay 92 cajas. ¿Cuántos viajes tiene que realizar?	Alfredo descarga cajas de un camión para depositarlas en una bodega. En cada viaje puede mover hasta 8 cajas. Se sabe que realizó 12 viajes, el último viaje solo trasladó 4 cajas restantes y en los demás el máximo de cajas que podía cargar. ¿Cuántas cajas había en el camión?

Algunas variaciones en la forma de enunciar un problema

Enunciación cercana a los hechos	Enunciación poco cercana a los hechos
Alfredo salió de su casa con una cantidad de canicas; en el recreo, jugó con sus amigos y perdió 12. Si al final le quedan 14 canicas, ¿cuántas tenía al empezar a jugar?	Alfredo tiene 14 canicas; después de jugar y perder 12 canicas con sus amigos, ¿cuántas tenía al empezar a jugar?

15 *Algunos tipos de problemas multiplicativos*

De repetición de grupos iguales o sumas repetidas (forma directa)	Arreglos rectangulares (forma directa)	Operadores multiplicativos (forma directa)
En cada caja se empacan 12 esferos, ¿cuántos esferos hay en 4 cajas? (12 x 4 = ?)	Cuatro amigos (A, B, C, D) juegan a ponerse como disfraz una máscara de animal (león, lobo, cocodrilo). Los cuatro se presentan ante otras personas para que descubran quien se puso qué máscara. ¿Cuántas son todas las combinaciones posibles? Adicionalmente, podría pedirse que se describan todas las combinaciones. En casos como este, son muy útiles las representaciones con diagramas de árbol.	Un resorte se estira 5 veces su longitud en estado normal. Si la longitud del resorte en estado normal es de 24 cm, ¿cuánto mide estirado?

Sumas repetidas (forma inversa)	Arreglos rectangulares (forma inversa)	Operadores multiplicativos (forma inversa)
En cada caja se empacan 12 esferos, ¿cuántas cajas se necesitan para empacar 48 esferos? (12 x ? = 48) Se empacan en 4 cajas 48 esferos, si todas las cajas tienen la misma cantidad, ¿cuántos esferos van en cada caja? (? x 4 = 48)	3 personas se disfrazan de animales, si se sabe que tienen 18 formas distintas de presentarse ante un público, ¿de cuántas máscaras disponen? De forma semejante, puede preguntarse por el número de personas.	Un resorte se estira hasta 5 veces su longitud en estado normal. Si estirado mide 120 cm, ¿cuánto mide en condiciones normales? De forma semejante, puede preguntarse por el número de veces que se estira el resorte.

16 *Expresiones matemáticas intuitivas*

En términos generales una expresión matemática contiene números u otros signos (generalmente letras) que representan cantidades o cualquier otro valor de un conjunto de valores posibles y operaciones que se definen entre éstos. P. ej. $3 + 4$; $3 + 4 = 7$, $a + b = c$, $3x + 2 = 5$.

Estas expresiones permiten representar relaciones entre cantidades que intervienen en una situación. Antes de alcanzar expresiones matemáticas propiamente dichas en una situación, los estudiantes ensayan expresiones intuitivas que se apoyan en el lenguaje común P. ej.: en una situación como una salida de campo, en la que los estudiantes de cada curso se organizan en grupos de 5 estudiantes, y no es permitido conformar grupos con estudiantes de cursos distintos, si se trata de representar el número de estudiantes de un curso que participan en la salida, se puede expresar de distintas formas:

- este número se obtiene multiplicando por 5 el número de grupos de un curso más el número de estudiantes de un grupo incompleto.
- 5 x números de grupos completos + número de alumnos del grupo incompleto o 5 x ____ +.
- Hasta expresiones más formales $5x + b$, con x el número de grupos completos del curso y b el número de estudiantes del grupo incompleto.

17 *Resolución de un problema por descomposición en etapas*

Cuando un problema es de varias etapas un método es descomponerlo en una secuencia de otros más simples. P. ej.

Tienda La Esquina - Lista de precios

Producto	Precio
1 libra de arroz	$1.800
1 libra de frijol	$4.500
1 frasco de aceite	$3.200
1 panela	$1.200

Pedro compró varias libras de arroz y 5 panelas, pagó con un billete de \$50.000 y le devolvieron \$29.600, ¿cuántas libras de arroz compró? Este problema supone varias etapas. Una forma más o menos sistemática de resolverlo podría ser:

- **Primera etapa:** preguntarse cuánto pagó Pedro (valor del billete con el que pagó menos lo que le sobró).
- **Segunda etapa:** preguntarse cuánto pagó por las panelas (número de panelas compradas por el valor de cada una).
- **Tercera etapa:** preguntarse por el total pagado por el arroz (total pagado menos lo que pagó por las panelas).
- **Cuarta etapa:** preguntarse por el número de libras pagado (lo pagado por el arroz dividido entre el valor unitario).

Pero es posible que los estudiantes no procedan tan sistemáticamente y su forma de resolución no muestre de forma tan clara el paso a paso hacia atrás, quizá sean más intuitivos y hagan procesos de resolución más simultáneos. Puede ser que se parta de una idea como lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) es igual al total pagado (T), o sea A + B = T. Como no se conoce, pensar que el total pagado se obtiene de la resta del valor del billete menos lo que le sobró (T = 50.000 - 29.600 = 20.400). Después averiguar lo que paga por el arroz (total pagado menos el valor de las 5 panelas, 20.400 - 5 x 1.200) y esto le permite averiguar cuántas libras de arroz compró (14.400 ÷ 1.800).

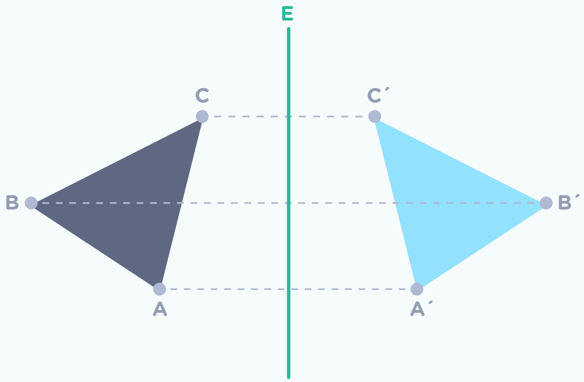
Otra idea podría ser pensar que lo pagado por el arroz, lo desconocido (C) más lo pagado por la panela (D) más lo recibido de vueltas debe dar \$50.000 (C + D + 29.600 = 50.000); a partir de esta idea una vez que se tiene cuánto se pagó por el arroz, se puede encontrar la cantidad de libras compradas.

18 *Algunas formas de entender las fracciones*

Como parte y todo	La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?
Como operador	La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?
Como razón	Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?

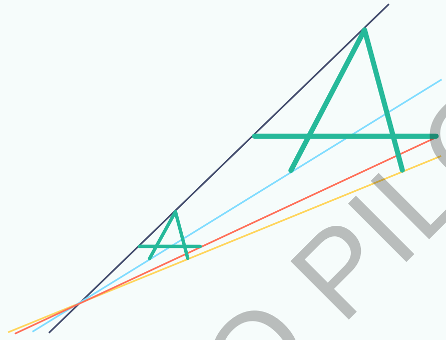
19 *Movimientos y transformaciones de figuras*

En geometría se hace referencia a una transformación cuando se crea un nueva figura a partir de otra.



La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original. En ese caso las dos figuras son congruentes.

Por ejemplo lo que ocurre con la figura de un pedazo de cartulina que se traslada, o se rota.



La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes

P: ej. Cuando se toma una fotocopia ampliada o reducida de una dibujo.

O la relación entre un objeto y una fotografía.

La figura creada no conserva ni la medida de los lados ni la de los ángulos. En este caso la figura resultante deforma la original

P. ej. Cuando se hace un dibujo sobre una banda de caucho y esta se estira en una de las dimensiones.

20 *Situaciones determinísticas y aleatorias*

Se dice que una situación es determinística cuando se espera que al ocurrir se pueda predecir con plena certeza el resultado. Por el contrario, es aleatoria cuando al ocurrir se tienen varios resultados posibles, por lo que no se puede anticipar con certeza uno en particular, sólo se puede hablar de la mayor o menor probabilidad de su ocurrencia.

21 *Relaciones multiplicativas asociadas a una razón*

Expresiones como *en una caja de mangos hay 3 maduros por cada 5 verdes* pueden representarse como la razón 3 : 5 (3 es a 5) y pueden entenderse como una forma de variación entre la cantidad de mangos maduros y verdes. P. ej., se puede representar en una tabla.

Número de mangos maduros	Número de mangos verdes
3	5
6	10
9	15
12	20

Esta expresión (3 es a 5) da lugar a las siguientes relaciones multiplicativas:

a) La cantidad de mangos maduros son los $\frac{3}{5}$ de la cantidad de verdes.

b) Como la expresión *por cada 3 mangos maduros hay 5 verdes* es equivalente a *por cada 5 mangos verdes hay 3 maduros,* se tiene que la cantidad de mangos verdes son los $\frac{3}{5}$ de la cantidad de maduros.

c) y **d)** Como 3 maduros + 5 verdes = 8 mangos, la razón *3 maduros: 4 verdes* puede transformarse en *3 maduros: 8 mangos* (la cantidad de mangos maduros son el $\frac{3}{8}$ de los mangos) y *5 verdes*: 8 mangos (la cantidad de mangos verdes son los $\frac{5}{8}$ de todos los mangos).

22 *Equivalencia de Fracciones*

Un argumento para justificar la equivalencia entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ puede ser:

a) establecer que $\frac{1}{6}$ es la mitad de $\frac{1}{3}$, porque 6 es el doble de 3.

b) de manera que $\frac{2}{6}$ equivalen a $\frac{1}{3}$

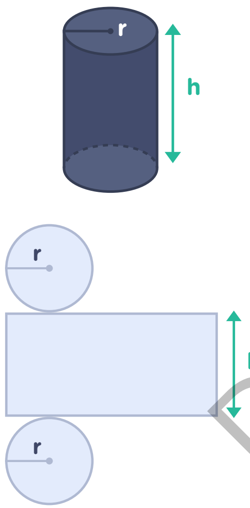
c) y $\frac{4}{6}$ son $\frac{2}{3}$

Para ayudar a los estudiantes a construir un razonamiento como el anterior se puede tomar una misma unidad (p. ej., el área de una hoja de papel o cierta cantidad de agua) y verificar que los $\frac{2}{3}$ de esa cantidad coinciden con $\frac{4}{6}$, o con $\frac{6}{9}$, y buscar una explicación de tal igualdad (P. ej., los $\frac{2}{3}$ equivalen a los $\frac{4}{6}$, porque cada sexto es la mitad del área de $\frac{1}{3}$, de ahí que se necesite el doble de sextos para tener la misma cantidad que los tercios).

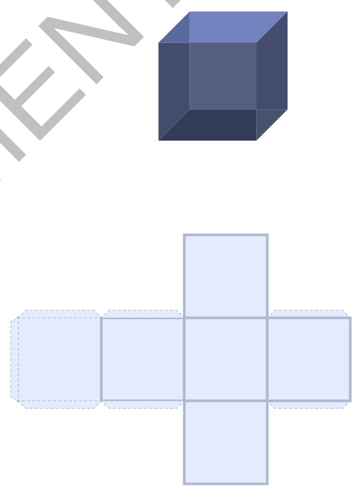
Comparar el efecto que se produce sobre un número o una medida cuando se realizan transformaciones equivalentes de tipo multiplicativo. P. ej., a) un número cualquiera se multiplica por 3 y luego el resultado obtenido se divide por 6 y b) un número cualquiera se multiplica por 12 y luego se divide por 24. En ambos casos preguntar: ¿cómo es el resultado obtenido comparado con el número inicial? Se busca que los estudiantes establezcan que en cada caso es la mitad, porque se divide por un número que es el doble del que multiplica. Orientar a los estudiantes para que den razones.

23 *Desarrollos en el plano*

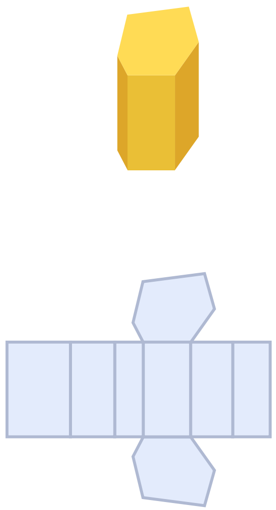
Consiste en construir la superficie de un sólido. Ejemplos de sólidos y sus desarrollos planos son:



Cilindro



Cubo



Prisma hexagonal no regular

24 *Sistemas métricos decimales y lineales*

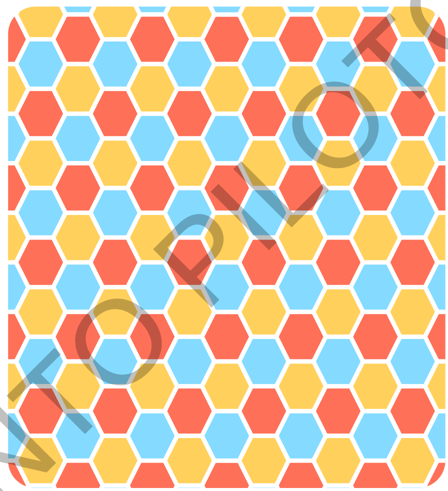
Son sistemas de unidades de medida en las que una unidad superior equivale a 10 veces la unidad inmediatamente inferior (P. ej. 1 centena equivale a 10 decenas, 1 metro equivale a 10 decímetros).

Sistemas de notación decimal lineales	• De longitud: 1 kilómetro equivale a 10 hectómetros, 1 hectómetro equivale a 10 decámetros,... • De peso: 1 kilogramo equivale a 10 hectogramo, 10 hectogramos a 10 decagramos,...
Sistemas de notación decimal no lineal	• De área: 1 kilómetro cuadrado NO equivale a 10 hectómetros cuadrados, equivale a 100 hectómetros cuadrados. Un hectómetro cuadrado NO equivale a 10 decámetros cuadrados, equivale a 100 decámetros cuadrados

25 *Teselado*

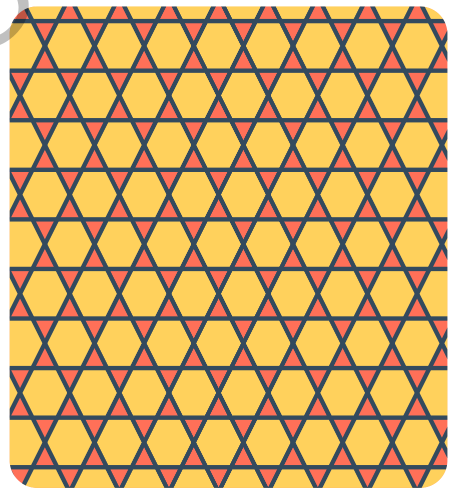
Es el recubrimiento de una región plana con un patrón de figuras geométricas, el cual tiene como característica que no pueden quedar figuras sobrepuestas ni huecos o espacios entre estas.

Teselación regular.
Se repite un mismo polígono regular.



Una pregunta interesante para los estudiantes puede ser: ¿se pueden hacer telesados regulares con triángulos, con cuadrados, con cualquier polígono regular?

Teselación semirregular
Se utilizan dos o más polígonos regulares. Cada vértice tiene el mismo patrón.



En este caso es interesante identificar las características de los vértices de estos teselados, así como el número de teselados semirregulares que se puede construir.

26 *Variación directamente e inversamente proporcional*

Variación directamente proporcional

Dos variables varían de forma directamente proporcional cuando se cumplen dos condiciones:

- Si una aumenta (o disminuye) la otra aumenta (o disminuye)
- Si una de las variables se multiplica (o divide) por un número, el valor de la otra queda multiplicado (o dividido) por ese mismo número. En otras palabras, valores correspondientes de las dos variables siempre están en la misma razón.

P. ej. El costo de un pedazo de tela varía de forma directamente proporcional en relación con el número de metros que se compre, porque se cumplen las dos condiciones:

- A más metros mayor el valor, a menos metros menor el valor.
- Si se compra el doble de metros el valor se duplica, si se compra el triple de metros el valor se triplica, etc. o, si se compra la mitad de tela, el valor se reduce a la mitad, etc. El valor pagado y la cantidad comprada están en la misma razón.

Puede haber otras formas de variación, p. ej., el área de un cuadrado NO varía de forma directamente proporcional en relación con la longitud de su lado: el área de un cuadrado de 3 m de lado es de 9 metros cuadrados, si se duplica la longitud de su lado (6 m) su área es de 36 metros cuadrados (su área no se aumentó al doble sino a 4 veces).

Variación inversamente proporcional

Dos variables varían de forma inversamente proporcional cuando se cumplen dos condiciones:

- Si una aumenta (o disminuye) la otra disminuye (o aumenta)
- El producto de los valores correspondientes de las variables es constante (es el mismo).

27 *Cambios de unidad (fraccionarios)*

En las situaciones de repartos iguales en las que el residuo no es 0, si se desea repartir totalmente la cantidad es necesario fraccionar la unidad inicial y tomar las nuevas partes como nuevas unidades.

P. ej., para resolver la situación 3 repartido entre 4; debido a que las 3 unidades enteras no se podrían repartir entre 4, cada una de ellas se divide en 2. Así, se tienen 6 nuevas unidades de $\frac{1}{2}$, que al ser repartidas entre 4 corresponde de a una (una unidad de $\frac{1}{2}$). Después de este reparto quedan 2 de $\frac{1}{2}$. Para distribuir estos dos $\frac{1}{2}$ se vuelven a dividir entre 2, ahora se tienen 4 unidades de $\frac{1}{4}$, lo que equivale a un $\frac{1}{4}$; de manera que a cada uno se reparte $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$, es decir $\frac{3}{4}$. Lo aquí ilustrado se puede hacer con papel, piolas, cintas y gráficas.

1 3 Unidades 

2 6 Unidades de $\frac{1}{2}$ 

corresponde:  a cada uno

y quedan: 

3 Nuevamente se divide en 2 cada parte sobrante 

corresponde de un  a cada uno

4 Unidades de $\frac{1}{4}$ (porque son la mitad de la mitad)

Resultado: A cada uno corresponde

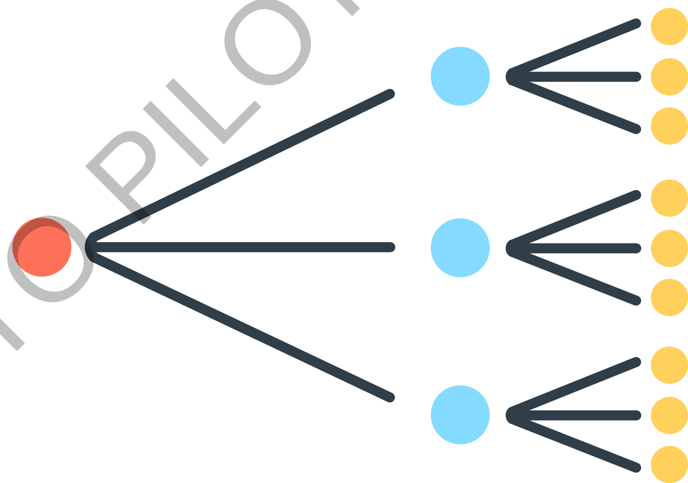
1 unidad de $\frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{3}{4}$

1 unidad de $\frac{1}{4}$

28 *Correspondencias múltiples*

Son situaciones en las que algo **A** equivale a una cantidad de otra cosa **B** (o a algo **A** le corresponden varias de B) y a su vez una unidad de **B** equivale (o corresponde) a una cantidad de **C** y así sucesivamente. Una forma de representar estas situaciones es mediante diagramas de árbol.



- Una unidad de tipo **A** de algo equivale a 3 unidades tipo **B**, y cada una de estas, a 3 unidades de tipo **C**; a su vez cada una de estas a 3 unidades de tipo **D**, etc. (A = 3B; B = 3C; C = 3D).
- En una caja tipo **A** se empacan 3 objetos, en una **B** se empacan 3 cajas tipo **A**, en una **C**, 3 tipo B, etc.
- Las equivalencias entre unidades de sistema métrico involucran la potenciación (si 1 m = 10 dm y 1 dm = 10 cm, entonces 1 m = 10^2 cm)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Referencias Bibliográficas

Batanero, C., & Godino, J. (2003). Matemática y su didáctica para maestros. Estocástica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf

Brissiaud, R. (1993). El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos. Madrid: Aprendizaje Visor.

Chamorro, C., & Belmonte, J. (1999). El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales. Madrid: Editorial Síntesis.

Corbalán, F. (1997). La matemática aplicada a la vida cotidiana. Barcelona: Graó.

E.O.E.P DE PONFERRADA. Proyecto de Formación en Centros CFIE DE PONFERRADA Curso 2002-2003, Resolución de problemas aritméticos en educación primaria. Recuperado de: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04003688/helvia/sitio/upload/Resoluci_problemas.pdf

Frías, A., Gil, F., & Moreno, M. (2001). Introducción a las magnitudes y la medida. Longitud, masa, amplitud, tiempo. En Castro, E. (Ed.). Didáctica de la Educación Matemática en Primaria. Madrid: Editorial Síntesis.

Giménez, J.; Díez-Palomar, J. & Civil, M. (Coord). (2007). Educación matemática y exclusión. Barcelona: Graó.

Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf

Godino, J., & Ruiz, F. (2003). Geometría y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de:http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2004). Didáctica de la Matemática para Maestros. Proyecto Edumat-maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/local/jgodino/ fprofesores.htm

Gutiérrez, J. M., et al. (2006). Módulo 4. Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica del Departamento de Antioquia. Medellín: Secretaría de Educación de Antioquia. Recuperado de: http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%204%20PENSAMIENTO%20ESPACIAL.pdf

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55269.html

- MEN. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55269.html

- MEN. (2009). Documento Nº 11: Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del decreto 1290 de 2009. Bogotá. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769_archivo_pdf_evaluacion.pdf

- MEN. (2015). Caja de materiales Siempre Día E. Recuperado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/86437

- MEN. (2016). Caja de materiales Siempre Día E. Recuperado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/93216

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.

- Posada, F. A., et al. (2006). Módulo 3 Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica del Departamento de Antioquia. Medellín: Secretaría de Educación de Antioquia. Recuperado de: http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%203%20PENSAMIENTO%20M%C3%89TRICO.pdf

- Zapata, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. Revista Uni-pluri/versidad, 14 (1), 53-62