

# ÁREA DE MATEMÁTICAS

MALLAS DE APRENDIZAJE



DOCUMENTO PILOTO

# 1 Prefacio

El documento Mallas de Aprendizaje define una serie de aprendizajes, ejes conceptuales, situaciones que promueven el aprendizaje, propuestas de gestión en aula, y de evaluación de los aprendizajes. De esta manera, las Mallas articulan los DBA que a su vez retoman los EBC; de modo que los maestros e instituciones puedan fortalecer y actualizar sus currículos y, en últimas, desarrollar actividades didácticas que cualifiquen el trabajo en el aula. Aunque no son unidades didácticas, las Mallas se convierten en insumos para planear a lo largo del año escolar, y proveen al maestro elementos para hacer seguimiento al aprendizaje de los estudiantes.

Conviene aclarar que ni las Mallas de Aprendizaje ni los Derechos Básicos de Aprendizaje son sustitutos de las Mallas Curriculares, en tanto estas últimas son documentos elaborados por los maestros de las instituciones educativas en el marco del PEI de cada Establecimiento y que, amparadas en la autonomía curricular que les otorga la Ley 115, se actualizan permanentemente. Sin embargo, las Mallas de Aprendizaje sí son un referente de calidad que sirve para definir las

metas y las expectativas de aprendizaje que se espera los estudiantes desarrollen en cada grado. En esta vía, son un recurso que facilita a los maestros la construcción y organización de sus planes de área y de aula de acuerdo con los intereses y necesidades del contexto.

En consonancia con lo anterior, esta propuesta de Mallas de Aprendizaje tampoco pretende sustituir la función asignada al profesor, ni desdibujar su papel fundamental en el proceso educativo de los estudiantes: garantizar el óptimo desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes y, para tal fin, diseñar y planear su trabajo de aula, orientar actividades de aprendizaje, reconocer las particularidades del contexto, evaluar y tomar decisiones pertinentes para brindar una educación de calidad.

Tal trabajo es complejo y no puede hacerse asumiendo los DBA y las Mallas de Aprendizaje como propuestas curriculares en sí mismas; de allí que el profesor y la comunidad educativa deben ver en los documentos mencionados una vía para la actualización y el fortalecimiento curricular en contexto.

## 2 Presentación general de las Mallas de Aprendizaje

Las Mallas de Aprendizaje son un documento articulador. Por una parte, integran los Derechos Básicos de Aprendizaje como definidores de la progresión de aquellos aprendizajes estructurantes que los estudiantes deben desarrollar año a año. Por otra, conectan en las consideraciones didácticas diversos recursos publicados por el Ministerio de Educación. Además, buscan incorporar de manera sistemática las competencias ciudadanas, la diferenciación<sup>1</sup> y la evaluación como asuntos de la cotidianidad del aula que deben estar presentes en cada acción para el aprendizaje que se lleva a cabo en el salón de clases.

### La estructura de las Mallas es la siguiente:



**Introducción general del área para el grado:** Allí se presentan, de manera general, aquellos aprendizajes con los que los estudiantes vienen del grado anterior y aquellos que desarrollarán en el grado en curso con el fin de darle al docente un panorama frente a aquello que puede evaluar al principio del año a manera de diagnóstico, así como aquello que se espera, a grandes rasgos, en el año en términos de aprendizaje.



**Mapa de relaciones:** Presenta, de manera gráfica, las relaciones desde los ejes y conceptos que estructuran el área hasta las acciones específicas que desarrollan los estudiantes en cada grado para crear una línea coherente entre la manera como está estructurada el área y las repercusiones de dicha estructuración en el aula. Este mapa de ninguna manera pretende proponer una organización en el tiempo de los aprendizajes; ésta debe surgir de la reflexión pedagógica que acompaña la construcción de los planes de área y de aula.



**Progresiones de aprendizajes (a partir de los DBA):** Se presenta una línea de progresión de los enunciados de los DBA del grado anterior, el grado actual y el grado siguiente con el propósito de orientar al maestro frente al rango de flexibilidad curricular en el que debe moverse, atendiendo a las particularidades en el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes que éste identifique en la evaluación diagnóstica que debe realizar al principio del año.

<sup>1</sup>. Se entiende por diferenciación que aún cuando “dentro de una misma aula, los estudiantes presentan características comunes ligadas a la edad, a su proceso de maduración normal [...] se puede observar las diferencias que existen, con frecuencia significativas, entre dos o más alumnos de un grupo”. (Bernal, Antonio. Cuestiones pedagógicas: Revista de ciencias de la educación, ISSN 0213-1269, ISSN-e 2253-8275, N.º. 13, 1997 (Ejemplar dedicado a: Innovación Educativa), págs. 101-112)



**Consideraciones didácticas:** Se presentan de acuerdo con las categorías organizadoras enunciadas en el mapa de relaciones<sup>2</sup>. Así, para cada categoría organizadora se empieza por presentar algunas aclaraciones frente a ideas fundamentales para el grado. También se ofrece una serie de pistas frente a las dificultades frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de ciertos aprendizajes así como posibles formas de abordarlas didácticamente.

Por último, se presentan una serie de situaciones que promueven el aprendizaje. Se trata de sugerencias de actividades que pueden ser incorporadas en los planes de aula a lo largo del año, con una complejidad creciente, con el fin de promover el desarrollo de los aprendizajes estipulados en los DBA. En este apartado, también se incluyen tips de evaluación, diferenciación, competencias ciudadanas y materiales.



**Referencias bibliográficas:** Son las fuentes utilizadas para la construcción de estos documentos, para que los maestros puedan acceder a las fuentes primarias y ampliar el aporte de este documento, siempre que así lo deseen.

<sup>2</sup>. Organizados de acuerdo a los EBC: en Matemáticas por pensamientos, en Lenguaje por factores y en Ciencias Naturales por entornos. En Ciencias Sociales, se hace una propuesta de orden diferente a la de los EBC que consiste en ejes articuladores.

### 3 Mallas de Aprendizaje de Matemáticas

El aprendizaje escolar de la matemática —tanto lo que se aprende como la calidad de lo que se aprende—, surge de la actividad que despliega el estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto es que en la clase de matemáticas se promueva que los estudiantes hagan actividad matemática y se consoliden comunidades en las que aprendan a pensar matemáticamente, en las que construyan conocimiento relevante y útil para el abordaje y solución de situaciones problema en contextos propios de las disciplina, otras disciplinas y la vida cotidiana. Esta visión trasciende la memorización de reglas, hechos y propiedades de las matemáticas.

Los DBA y las mallas del área, en correspondencia con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de competencias en matemáticas - EBC- (2006), buscan promover la actividad matemática, cuyo despliegue se asume en la resolución de problemas, es éste el macroproceso alrededor del cual se articulan, desarrollan, y estructuran los otros procesos del ser matemáticamente competente mencionados en los lineamientos curriculares y EBC: la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.



En el mapa de relaciones que se presenta en las Mallas de Aprendizaje de cada grado se muestra el macro proceso de resolución de problemas como un círculo que cubre la totalidad de la actividad matemática que se propone desarrollar en el grado. Para poder entender esta actividad y tener elementos que permitan su planeación a lo largo de año se distribuye en grupos de pensamientos (numérico y variacional, métrico y espacial y aleatorio) que orientan el desarrollo de cada uno de los apartados de las Mallas de Matemáticas.

*Estas agrupaciones se han hecho por la afinidades existentes entre los pensamientos, sin embargo, podría haber otras distintas, lo importante es tener presente que el pensamiento matemático es un todo, que en toda situación habrá elementos de varios pensamientos y que en el proceso de enseñanza habrá que aprovechar las posibilidades de establecer relaciones entre los diferentes pensamientos.*

El tercer nivel del mapa de relaciones, presenta los ejes de progresión que corresponden a otro nivel de análisis. Debido a que cada pensamiento resulta muy amplio, se identificaron unos ejes que permitieran identificar unas

líneas de progresión (ampliación y complejización de las comprensiones) a lo largo de los grados escolares que facilitarían la descripción de los aprendizajes que se buscan promover año tras año.

El cuarto y último nivel del mapa hace referencia a las acciones asociadas a los DBA, son esas acciones que se consideran necesarias promover en diferentes situaciones y diferentes contextos a lo largo del año para que los estudiantes vayan alcanzando los aprendizajes expresados en los Derechos Básicos de Aprendizaje -DBA-.

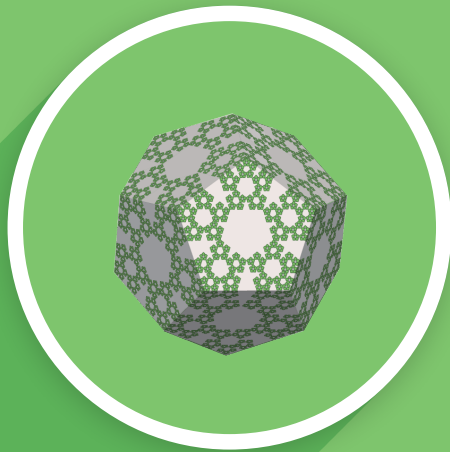
En las consideraciones didácticas de cada agrupación de pensamientos se llama la atención sobre aspectos fundamentales del aprendizaje de la matemática y se ofrecen las situaciones que promueven el aprendizaje en ese grado y en esa agrupación de pensamientos, que es importante tener presente en al planear y al desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Como podrá verse las consideraciones didácticas no son un paso a paso con la pretensión de que sea seguido por el maestro. Son orientaciones que deben concretarse en cada aula y cada institución, para que responda a las condiciones particulares de cada grupo de estudiantes y de cada contexto, aquí el saber, los intereses, motivaciones del equipo de maestros juega un papel fundamental.

Los tips de evaluación, de diferenciación y de competencias ciudadanas son apenas eso, llamados de atención particulares, es en el día a día, en la forma como se promueve en el aula -incluso más allá de sus cuatro paredes- la relación de los estudiantes con el conocimiento y la relación entre ellos y el profesor y entre ellos mismos, en los que además de conocimientos se juegan intereses, valoraciones y actitudes de los estudiantes y de los maestros, el lugar en que se reconoce las necesidades particulares de los estudiantes y se ofrecen las apoyos que cada uno necesita, y el lugar en el que los estudiantes aprenden a reconocer la diferencia y practican formas adecuadas de convivencia.

Por último, es importante anunciar que en el caso de matemáticas, además de las Mallas de cada grado se ha elaborado un apéndice. Es material ofrece ampliaciones sobre la terminología técnica usada en las mallas. En el documento aparecen palabras resaltadas en negrilla y cursiva, acompañadas de un número subíndice; estos términos se encuentran explicaciones en el apéndice y el subíndice corresponde al orden en el que encontrará el término. En este mismo documento aparecen las referencias bibliográficas.

DOCUMENTO PILOTO





# MATEMÁTICAS

## GRADO 1°

DOCUMENTO PILOTO

MALLAS DE APRENDIZAJE

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 1°

**A**lgunos estudiantes ingresan a primero sin haber cursado preescolar, de ahí la importancia de ofrecer experiencias, al comienzo del año, que les permitan formalizar algunos aprendizajes que ya tienen de forma intuitiva debido a su inmersión en el mundo que es a la vez material, social y cultural.

**Se espera que los estudiantes lleguen a grado primero con algunas ideas sobre:**

- ✓ Las cantidades y los números (sus grafías, las palabras de contar y **habilidades para enumerar**<sub>1</sub>), lo que les permite determinar la cantidad de elementos de colecciones poco numerosas.
- ✓ Las formas y sus características. Perciben de forma global figuras en el plano, discriminan unas de otras, realizan dibujos aproximados y asocian unas formas a ciertas funciones (rodar, apilar, o encajar).  
  
Posiciones relativas de los objetos (dentro/fuera, separado/al lado de, interior/exterior). Establecen relaciones del tipo: es más largo, más pesado, ocurre antes o después.
- ✓ La clasificación de objetos y la descripción de sus diferencias y semejanzas.

**Durante el grado primero, se espera que los estudiantes participen en experiencias en las que:**

- ✓ Den cuenta de la cantidad de elementos de una colección (al menos de 100 elementos), enumerando de 1 en 1 o agrupándolos de 2 en 2, de 5 en 5 o de 10 en 10. Resuelvan problemas sencillos de suma y resta mediante procedimientos intuitivos. Ordenen tres o más colecciones de objetos según su cantidad. Construyan estrategias para hacer cuentas. Identifiquen en hechos sencillos relaciones en la **variación entre dos magnitudes**<sub>2</sub> (mientras una aumenta la otra también).
- ✓ Comparen objetos y eventos por atributos medibles (longitud, peso, capacidad, duración), los ordenen y midan, usen unidades e instrumentos no estandarizados (como pasos, palmas y lápices para longitud) y estandarizados (de uso común en su medio). También, que observen y comparen objetos a partir de características de su forma (superficies curvas o planas, lados rectos o curvos, abierto o cerrado) y describan y representen de manera aproximada posiciones y recorridos.
- ✓ Recolecten, representen (en tablas de conteo y **pictogramas**<sub>3</sub>, sin escala) y analicen datos sobre ellos mismos y su entorno cercano. Las variables en estudio principalmente serán **variables cualitativas**<sub>4</sub> nominales.



DOCUMENTO PILOTO

# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Numérico

### GRADO 1°

**DBA  
1**

Identifica los usos de los números (como código, cardinal, medida, ordinal) y las operaciones (suma y resta) en contextos de juego, familiares, económicos, entre otros.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Construye e interpreta** representaciones pictóricas y diagramas para representar relaciones entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos.
- **Explica** cómo y por qué es posible hacer una operación (suma o resta) en relación con los usos de los números y el contexto en el cual se presentan.
- **Reconoce** en sus actuaciones cotidianas posibilidades de uso de los números y las operaciones.
- **Interpreta y resuelve** problemas de juntar, quitar y completar que involucren la cantidad de elementos de una colección o la medida de magnitudes como longitud, peso, capacidad y duración.
- **Utiliza** las operaciones (suma y resta) para representar el cambio en una cantidad.

### GRADO 2°

Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección y la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.

**DBA  
2**

Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver problemas aditivos.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Realiza** conteos (de uno en uno, de dos en dos, etc.) iniciando en cualquier número.
- **Determina** la cantidad de elementos de una colección agrupándolos de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5.
- **Describe y resuelve** situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser  $a + b = ?$ ,  $a + ? = c$ , o  $? + b = c$ .
- **Establece y argumenta** conjeturas de los posibles resultados en una secuencia numérica.
- **Utiliza** las características del sistema decimal de numeración para crear estrategias de cálculo y estimación de sumas y restas.

Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo.

## Pensamiento Numérico

### GRADO 1°

**DBA  
3**

Utiliza las características posicionales del Sistema de Numeración Decimal (SND) para establecer relaciones entre cantidades y comparar números.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Realiza** composiciones y descomposiciones de números de dos dígitos en términos de la cantidad de “dieces” y de “unos” que los conforman.
- **Encuentra** parejas de números que al adicionarse dan como resultado otro número dado.
- **Halla** los números correspondientes a tener “diez más” o “diez menos” que una cantidad determinada.
- **Emplea** estrategias de cálculo como “el paso por el diez” para realizar adiciones o sustracciones.

### GRADO 2°

Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.

## Pensamiento Variacional

### GRADO 1°

**DBA  
8**

Describe cualitativamente situaciones para identificar el cambio y la variación usando gestos, dibujos, diagramas, medios gráficos y simbólicos.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica y nombra** diferencias entre objetos o grupos de objetos.
- **Comunica** las características identificadas y justifica las diferencias que encuentra.
- **Establece** relaciones de dependencia entre magnitudes.

### GRADO 2°

Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.

## Pensamiento Variacional

### GRADO 1°

DBA  
9

Reconoce el signo igual como una equivalencia entre expresiones con sumas y restas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Propone** números que satisfacen una igualdad con sumas y restas.
- **Describe** las características de los números que deben ubicarse en una ecuación de tal manera que satisfaga la igualdad.
- **Argumenta** sobre el uso de la propiedad transitiva en un conjunto de igualdades.

### GRADO 2°

Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.

## Pensamiento Métrico

### GRADO 1°

DBA  
4

Reconoce y compara atributos que pueden ser medidos en objetos y eventos (longitud, duración, rapidez, masa, peso, capacidad, cantidad de elementos de una colección, entre otros).

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica** atributos que se pueden medir en los objetos.
- **Diferencia** atributos medibles (longitud, masa, capacidad, duración, cantidad de elementos de una colección) en términos de los instrumentos y las unidades utilizadas para medirlos.
- **Compara y ordena** objetos de acuerdo con atributos como altura, peso, intensidades de color, entre otros, y recorridos según la distancia de cada trayecto.
- **Compara y ordena** colecciones según la cantidad de elementos.

### GRADO 2°

Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.



## Pensamiento Métrico

### GRADO 1°

**DBA  
5**

Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros; para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Mide** longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes.
- **Compara** objetos a partir de su longitud, masa, capacidad y duración de eventos.
- **Toma** decisiones a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo con los requerimientos del problema.

### GRADO 2°

Utiliza patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

## Pensamiento Espacial

### GRADO 1°

**DBA  
6**

Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Crea, compone y descompone** formas bidimensionales y tridimensionales mediante plastilina, papel, palitos, cajas, etc.
- **Describe** de forma verbal las cualidades y propiedades de un objeto relativas a su forma.
- **Agrupar** objetos de su entorno de acuerdo con las semejanzas y las diferencias en la forma y en el tamaño y explica el criterio que utiliza; por ejemplo, si el objeto es redondo, si tiene puntas, entre otras características.
- **Identifica** objetos a partir de las descripciones verbales que se hacen de sus características geométricas.

### GRADO 2°

Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.

## Pensamiento Espacial

### GRADO 1°

DBA  
7

Describe y representa trayectorias y posiciones de objetos y personas para orientar a otros o a sí mismo en el espacio circundante.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** representaciones como planos para ubicarse en el espacio.
- **Toma** decisiones a partir de la ubicación espacial.
- **Dibuja** recorridos, para ello considera los ángulos y la lateralidad.
- **Compara** distancias a partir de la observación del plano al estimar con pasos, baldosas, etc.

### GRADO 2°

Describe desplazamientos y referencia la posición de un objeto mediante nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en la solución de problemas.

## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 1°

DBA  
10

Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica** en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.
- **Organiza** los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala.
- **Lee** la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1).
- **Comunica** los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?

### GRADO 2°

Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

# CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

Son diferentes los usos que se dan a los números: como código o etiqueta (números telefónicos o números de las camisetas de algunos jugadores); como ordinal (primero, segundo...), como cardinal (cantidad de elementos de una colección) o como la medida de una **magnitud**. Los estudiantes tienen intuiciones de estos usos que pueden complejizarse en este grado. (DBA 1)

Las habilidades para hacer cuentas se favorecen a medida que los estudiantes reconocen diferentes formas de componer y descomponer cantidades (12 como  $10 + 2$ ,  $6 + 6$ ,  $8 + 4$ , 2 veces 5 más 2; o  $11 + 13$  como  $10 + 10$  y  $1 + 3$ ) y las utilizan para realizar cálculos. (DBA 2)

Para comprender las reglas que rigen el Sistema de Numeración Decimal, está la habilidad de los estudiantes para manejar sistemas con unidades de valores diferentes; p. ej., cuando se juega con fichas de colores y valores diferentes (si una ficha verde vale 5 puntos y una amarilla vale 1, ¿cuántos puntos son 3 fichas verdes y 7 amarillas?). (DBA 2 y 3)

Encontrar el resultado de sumas y restas no es el punto de partida para el desarrollo del **pensamiento aditivo**. Los estudiantes complejizan este pensamiento a medida que se enfrentan a variados problemas que involucran las operaciones de suma y/o resta. En grado primero, conviene enfatizar en problemas que tienen que ver con preguntas como ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos quedan? y ¿cuántos faltan? Conviene que los estudiantes utilicen formas distintas de representación de las cantidades y que se les oriente progresivamente para que construyan sus propias estrategias de hacer cuentas antes que enseñar los procedimientos de sumar o restar por columnas. (DBA 2)

Los estudiantes pueden descubrir y describir regularidades en secuencias sencillas de forma, de color o de los números y sus operaciones (p. ej., encontrar los posibles resultados que pueden obtenerse cuando un dado queda en un valor fijo, p. ej. 6, y el otro se lanza ( $6 + 1 = 7$ ;  $6 + 2 = 8$ ;  $6 + 3 = 9$ ;  $6 + 4 = 10$ ;  $6 + 5 = 11$ ;  $6 + 6 = 12$ ). También pueden identificar **magnitudes**, que varían en fenómenos cotidianos y describir de forma cualitativa sus relaciones al variar (la variación de la temperatura a lo largo del día; p. ej., aumentó poco a poco hasta las 10 a. m., después empezó a disminuir). (DBA 8)

Al comienzo del año, algunos niños pueden reconocer, p. ej., que hay la misma cantidad de sillas (7) y de personas (7); sin embargo, no entienden que sus elementos pueden hacerse corresponder uno a uno. Por ello, conviene enfrentarlos a problemas como hay 9 personas y 7 sillas, ¿cada persona se puede sentar en una silla?, ¿faltan o sobran sillas? Es importante apoyar a los niños para que comprueben que la cantidad no cambia con ciertas transformaciones, ya que en algunas ocasiones relacionan la cantidad de elementos de una colección con la variación de la distribución espacial de sus elementos. (DBA 9)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las cuales los estudiantes:

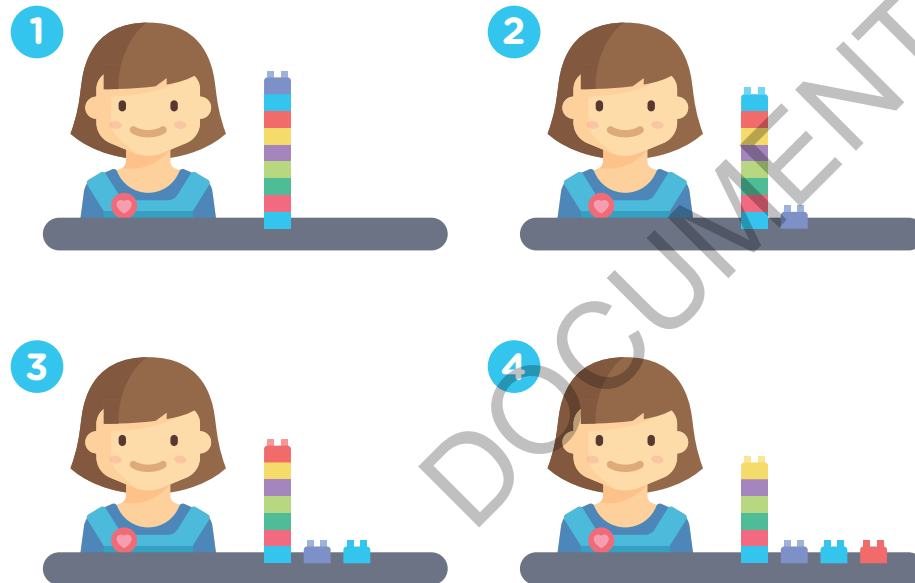
- A** Participen en juegos tradicionales como parqués, dominó, bingo u otros propios de su contexto. Conviene modificar las reglas para enfrentarlos a situaciones que se consideran útiles para este grado; p. ej., en algún momento no se jugará parqués con los dos dados comunes, sino con uno que tenga inscritas las grafías 1, 2,...,6 en sus caras y el otro común, después con ambos dados con números. O el dominó con fichas en las que se presenten los números y otras con puntos (como el dominó común) para generar situaciones de correspondencia signo-cantidad.
- B** Compren y vendan. Unas veces se compra con monedas o billetes de 1; otras, con monedas y billetes de diferentes valores (unas valen 2, otras 1; o con tres denominaciones: 5, 2 y 1; o de 10 y 1, si se busca enfatizar el manejo de unidades de diez y de uno). Pero también, en otras ocasiones, con billetes y monedas en las denominaciones comunes (de \$5.000, de \$2.000, de \$500, etc.).

Llevar a cabo varias tiendas a lo largo del año ofrece oportunidades para aprender no solo de números y cuentas (al llenar y liquidar facturas), sino también sobre medidas. Los estudiantes pueden decidir qué va a comprarse, cómo van a realizar la propaganda o el cartel de precios. Dependiendo del intervalo numérico y de las nociones que se trabajen se determinarán las denominaciones de los billetes o monedas y las acciones que se buscan enfatizar.

Entre tienda y tienda, se proponen situaciones problema que favorecen la realización de cuentas con sentido. Al comienzo, para realizar las cuentas, se utilizan billetes y monedas que poco a poco se reemplazan con representaciones gráficas y, a medida que los estudiantes van ganando habilidad, se realizan esas cuentas representando las cantidades con números. De acuerdo con su avance, es necesario apoyarlos para que transfieran lo aprendido a otras situaciones diferentes de operar con dinero, p.ej. a las que involucran medidas (el peso de los productos, medida de los empaques).

- C** Realicen juegos que requieran coordinar la cantidad de aciertos con la cantidad de puntos de cada acierto (p. ej., se ganan fichas verdes y azules: cada verde vale 5 puntos y cada azul 3).
- D** Elaboren tablas o dibujos en los que se registren los valores que va tomando una magnitud cuando varía otra (se tiene una torre de 9 bloques y se construye una fila con estos, para ello se toma un bloque de la torre y se pone en la fila; en una tabla de dos columnas, se escriben el número de bloques de la torre y el de la fila que hay en cada momento).

Observe que los estudiantes han desarrollado comprensión de la relación entre la escritura en cifras y en palabras. P. ej. cuando se les dice el número treinta y cinco, escriben 35 y no, 305. En caso de evidenciar confusiones, muestre relaciones como  $35 \rightarrow 3$  billetes de \$10 y 5 de \$1  $\rightarrow 30$  y  $5 \rightarrow$  treinta y cinco.



**CANTIDAD DE BLOQUES**

MOMENTO	TORRE	FILA
1	9	0
2	8	1
3	7	2
4	6	?

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

Comparar objetos del entorno mediante relaciones como “es más”, “es menos”, “es igual” permite a los estudiantes identificar **atributos medibles**, para ello son importantes experiencias que implican acciones como: recorrer, recubrir, sopesar, trasvasar, entre otras, y requieran la selección de un instrumento y de una unidad adecuados para la medición. Así, al trasvasar agua de una jarra a cualquier recipiente, puede medirse la capacidad de este último en términos del número de jarras que se requieren para llenarlo.

Conviene generar situaciones para pasar de comparaciones que se hacen entre dos y tres elementos a ordenamientos de colecciones de siete o más. Para que las comparaciones superen el nivel de la apreciación global, se sugiere disminuir las diferencias entre los objetos que se miden (p. ej., poner dos lápices uno al lado del otro y hacer coincidir uno de sus extremos para identificar cuál es más largo), además del uso de un tercer objeto (para comparar el ancho de dos puertas casi iguales, utilizar un lápiz como instrumento de medida). (DBA 4)

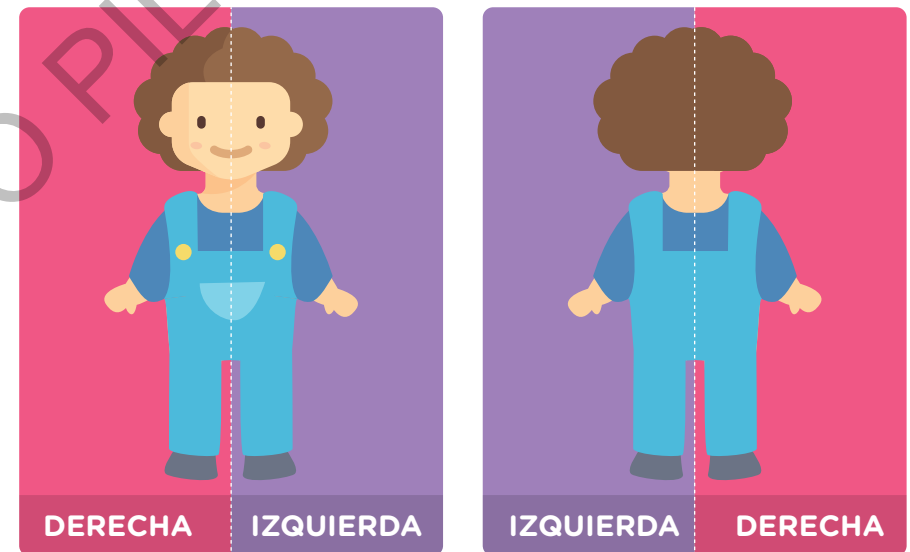


La nociones relativas al tiempo (duración y ordenamiento de instantes) es más que familiarizar a los estudiantes con nombres (los días, los meses). La noción de duración surge de comparar la duración de eventos (simultáneos o no). Cuando los eventos no son simultáneos, se requiere de un tercero para comparar (el reloj de arena, la cantidad de gotas). La capacidad de organizar sucesiones de eventos según las relaciones “sucedió antes”, “sucedió después” está ligada a poder narrar los hechos. (DBA 5)

Los estudiantes basan sus juicios sobre la forma, apoyándose especialmente en la percepción global (visual o táctil); p. ej., ven la figura de un rectángulo o de un triángulo de forma global sin diferenciar sus componentes. Conviene generar situaciones para que progresivamente reconozcan sus componentes (p. ej. formas y números de caras en el caso de sólidos, formas y número de lados, número de vértices y ángulos en el caso de figuras planas) y establezcan relaciones entre ellos (en las figuras planas cerradas la cantidad de ángulos coincide con la cantidad de vértices). También conviene realizar comparaciones entre una figura y otra. Se sugiere mostrar a los estudiantes, tanto distintos objetos de la misma forma y en diferente posición, como representaciones de una misma forma en distintas posiciones.

Asociar la forma de los objetos a ciertas funciones promueve el reconocimiento de las formas y sus características (los objetos que ruedan, los que se deslizan). (DBA 6)

Para determinar la posición de los objetos (arriba/abajo, adelante/atrás, derecha/izquierda), los estudiantes usan su cuerpo como referencia, por eso es importante promover que lo usen con mayor precisión, especialmente para el eje derecha/izquierda (p. ej., el balón está a mi derecha) que genera mayor dificultad en este grado. También que utilicen como marco de referencia el cuerpo de otras personas o de animales, u otros objetos en los que es posible trasladar el marco de referencia corporal. (DBA 7).



Con enunciados como *dé tres pasos hacia adelante, gire hacia la derecha o dé media vuelta*, los estudiantes pueden expresar una trayectoria o camino para ir de un lugar a otro. Promueva que estas descripciones se hagan en forma verbal y se representen gráficamente. (DBA 7)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los niños:

- A** Creen o recreen diseños a partir de diferentes formas elaboradas con papel, palillos, rompecabezas como el tangram o bloques lógicos. Conviene ir variando el número (dos, tres) y la forma (triángulos, círculos, conos, cubos) de las figuras usadas, así como las condiciones de los diseños (que las figuras se acoplen -encajen- o no), para generar situaciones de composición y descomposición de formas simples y compuestas.
- B** Participen en juegos como encontrar un tesoro o a un compañero escondido siguiendo pistas. Realizar mapas de lugares conocidos, con retos para ahorrar tiempo o recorrer menos distancia. Ejercicios físicos que impliquen rodar, rotar, desplazarse en varias direcciones. Decir las características de objetos que toquen con los ojos vendados; o describir imágenes u objetos que estén o no visibles. Estos juegos propician la descripción geométrica y localización (dirección, desplazamiento y posición) de objetos. Los juegos de adivinar un objeto favorecen el uso de características geométricas para describirlos.



Promueva actividades motoras que exijan coordinación de segmentos del cuerpo (tocar su oreja derecha con la mano izquierda, o la oreja derecha de su compañero ubicado en distintas posiciones con relación a él, etc.) para apoyar el fortalecimiento del desarrollo de la lateralidad (derecha/izquierda).



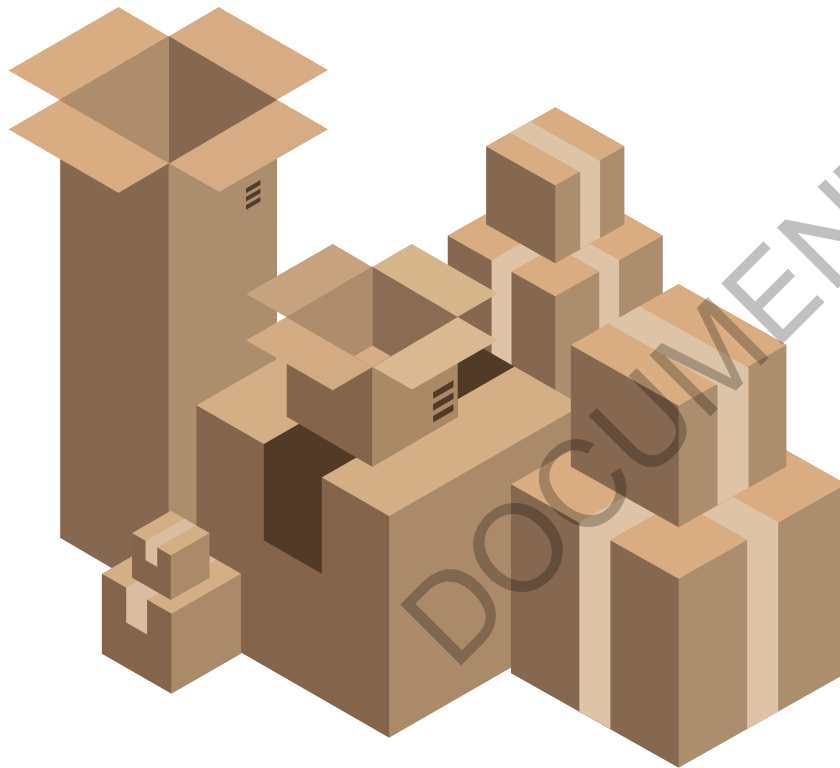
**C** Participan en experiencias de medición como hacer huellas de las manos y los pies para delinear un camino, contarlas para expresar la medida de la longitud y comparar los diferentes resultados con el tamaño de los pies o las manos de cada uno de los estudiantes. O para ayudar a diferenciar tamaño de peso, tomar recipientes de diferentes tamaños, llenarlos con materiales como plastilina, arroz, algodón de modo que en el más pequeño quede más pesado; hacer ordenamientos por tamaño y peso y pedir argumentos sobre la diferencia de los ordenamientos.

Una situación rica en experiencias consiste en proponer a los estudiantes que comparen, ordenen o clasifiquen una variedad de cajas de acuerdo con diferentes criterios como tamaño, forma, capacidad, color, material, entre otros.

Observe que los estudiantes mantengan el criterio que utilizan para realizar las clasificaciones y los ordenamientos. Cuando cambien de criterio (p. ej. cuando estén clasificando las cajas por color y pasen a clasificar por tamaño), haga preguntas que les ayude a retomar el criterio inicial.



Las cajas pueden ser utilizadas para realizar maquetas de sitios conocidos, como el salón de clases. Con la colaboración del profesor, se selecciona la caja más conveniente para representar el salón de clase de acuerdo con su forma; los estudiantes eligen las caras que servirán para las paredes y el piso, así como el lugar y la forma que tendrán la puerta y las ventanas. Pregunte sobre la posición y algunas relaciones entre objetos en la maqueta y el salón, los tamaños en los que pueden construirse los objetos y distancias entre ellos, las formas más apropiadas para representar objetos del salón, etc. Esto les permitirá establecer relaciones entre la representación (la maqueta) y lo representado (salón de clases con su mobiliario) en términos de las características de las formas. Verifique la comprensión del proceso de medición con preguntas como ¿qué tuvieron en cuenta para ordenar las cajas?, ¿cómo determinaron cuál es mayor respecto a...?



# Sobre los Pensamientos aleatorio y estadístico

---

En la vida cotidiana, los estudiantes han escuchado y decidido sobre cuestiones relacionadas, p. ej., con la selección de su color preferido, su equipo deportivo, un programa de TV o algún alimento en particular. Este conocimiento es base para iniciar el tratamiento de los datos, las formas de recolección y de representación, así como de su interpretación. La propuesta metodológica para desarrollar este aprendizaje es el **ciclo investigativo**.






Para iniciar el desarrollo del ciclo, el profesor discute con los estudiantes para seleccionar un tema sobre el cual quieran conocer más y plantearse preguntas que les permitan clasificar, contar y comparar datos sobre ellos mismos y su entorno cercano, tomen decisiones a partir de los resultados obtenidos y puedan realizar caracterizaciones de una **población**, p. ej., los estudiantes del curso 1A.

Los estudiantes en grado primero diferencian preguntas que requieren recolectar, analizar e interpretar datos cualitativos de aquellas que no lo requieren. Explican que para preguntas como ¿qué día es hoy? todas las respuestas serán la misma, mientras que a una como ¿cuáles son las comidas favoritas de los niños de este salón? lo más seguro es que se obtendrán varias, porque quienes responden son personas diferentes con gustos distintos.

Para responder las preguntas, los estudiantes deben decidir un plan de recolección de datos. Si optan por hacer un estudio observacional (experimental), deben identificar la población a la cual consultarán y las **variables cualitativas**, del estudio; p. ej., si se necesita saber el sabor de helado que se comprará para la fiesta de bienvenida del curso, puede preguntarse a los estudiantes del curso 1A: ¿cuál es el sabor de helado favorito? La variable en estudio sería sabores de helado. Además, los estudiantes identifican los valores que esta puede tomar; para este caso, los sabores de un helado: mora, fresa, vainilla, chocolate, entre otros.

Una vez recopilada la información, puede indagarse cómo se realizó el conteo de las respuestas, p. ej., si hicieron una lista de respuestas, una tabla o marcas según la cantidad de respuestas obtenidas. (DBA 10).

Es importante reconocer las representaciones concretas o pictóricas realizadas por los estudiantes con el fin de tomarlas como punto de partida para realizar otras más formales, como:

Bebida preferida	Conteo	Numero de niños que escogieron la bebida
 Jugo de naranja		6
 Agua		3
 Kumis		10
 Avena		5
 Té		8
		<b>Total: 32</b>

Los estudiantes reconocen que la información recolectada se puede organizar y presentar de distintas formas, p. ej., en tablas o **pictogramas**, sin escala (herramienta para representar los datos por medio de símbolos o dibujos donde cada uno corresponde a un dato) y progresivamente encuentran tendencias al interpretarlos. (DBA 10)

Los estudiantes pueden analizar los resultados dando respuesta a preguntas como ¿cuántos hay de cada cualidad?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?, ¿cuántos datos hay en total? Estas preguntas demandan comprensiones de lo numérico en distintos niveles de complejidad (cardinalidad, orden, problemas aditivos). (DBA 10 d)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

- A** Lleven juguetes al salón y que por grupos los organicen y clasifiquen para que posteriormente compartan el criterio que aplicaron para ello.
- B** Recolecten información a partir de preguntas planteadas por ellos mismos sobre preferencias, selección de la mascota del curso, hinchas de equipos de fútbol, deportes o comida preferida.
- C** Interpreten la información presentada en tablas o **pictogramas**, sin escala que se encuentren en recortes de periódicos o revistas.

Una situación para desarrollar en el aula puede ser plantear la necesidad de informar a las directivas del colegio sobre la participación de los estudiantes del curso 1A en las actividades artísticas programadas por la institución para el día del estudiante. Para iniciar el **ciclo de investigación**, se realizan preguntas como ¿qué debemos hacer para responder a la solicitud?, ¿cómo podemos saber en qué actividades vamos a participar? Estas preguntas inducen a la discusión sobre las formas de recolectar y registrar la información. Se espera que los estudiantes propongan otras para la recolección de los datos, p. ej.: ¿qué nos gusta hacer en el recreo?, ¿cuál es la actividad artística que

más nos gusta ver? o ¿cuál de las siguientes actividades artísticas es su preferida? y decidir cuál de ellas es la que permite responder a la situación planteada.



Encuentre una situación que comprometa los intereses, deseos y emociones de los estudiantes (p. ej. conformar un equipo de fútbol) y aprovéchela para desarrollar el **ciclo investigativo**. Usted puede formular preguntas como: ¿qué hacer si se presentan preferencias opuestas en el salón? Tenga en cuenta que las distintas respuestas a esta pregunta favorecen ideas sobre el reconocimiento de la diferencia, esto quiere decir la comprensión de que la mayoría y la minoría dependen de las preferencias de los estudiantes frente a una situación particular, y que estas pueden variar en otro escenario.

Organice a los estudiantes en grupo, pida que conversen sobre las actividades artísticas preferidas y que planeen cómo contarán sus resultados a los demás grupos. El profesor puede consignar en el tablero las respuestas dadas por los grupos. Algunos grupos informarán enumerando nombre y actividad artística preferida (A Juana le gusta la música); otros, los nombres de las actividades (música, teatro, etc.) y otros usarán dibujos.

Preguntas como ¿cuáles son las actividades artísticas preferidas que se repiten?, ¿por qué creen que se repiten? abren el camino para la elaboración de las tablas de conteo como una representación que resume los datos y conducen

la discusión hacia el reconocimiento de las causas de su variación. Los estudiantes, ayudados por el profesor, elaboran gráficos como los siguientes pictogramas sin escala (1 a 1, es decir, cada 😊 representa un niño).



Si al recolectar la información no incluyen un número exacto de datos, pídales que utilicen un método de contar con el que tengan control sobre quiénes responden y quiénes faltan.

Observe si el estudiante se percata que el número de datos debe coincidir con la suma de los individuos que selecciona cada opción. En caso de no coincidir estos valores proponga revisar la tabla de conteo para identificar los datos faltantes o sobrantes.

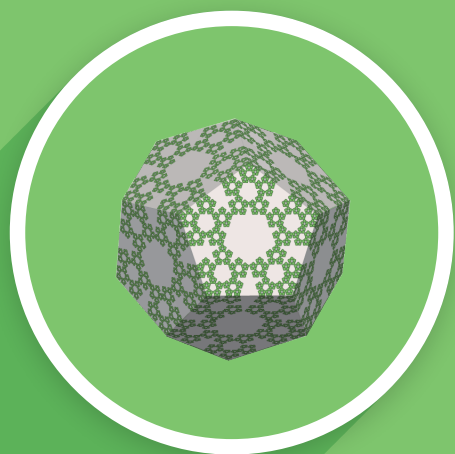


Con cada representación, se invita a los estudiantes a que respondan preguntas como ¿cuántos estudiantes quieren participar en danza?, ¿cuántos estudiantes en teatro?, ¿cuál es la actividad que menos escogieron los estudiantes?, ¿cuál será la actividad con más participantes? También los invita a explicar las semejanzas o diferencias entre las tres gráficas.

Para cerrar el ciclo, se plantea la respuesta a la situación inicial para definir la información que se comunicará a la institución con el fin de conocer las actividades artísticas en las que se participará y el número de estudiantes que seleccionó cada una. Si los estudiantes aún no saben escribir, la comunicación será oral.

DOCUMENTO PILOTO





# MATEMÁTICAS

## GRADO 2°

DOCUMENTO PILOTO

MALLAS DE APRENDIZAJE

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 2°

### Se espera que los estudiantes lleguen a grado segundo con algunas ideas sobre:

- ✓ La cantidad de elementos de una colección, al menos hasta 100 elementos, enumerando de 1 en 1 o agrupándolos; resuelvan problemas sencillos de suma y resta (¿cuántos hay?, ¿cuántos quedan? y ¿cuántos faltan?); ordenen tres o más colecciones de objetos según las relaciones más que o menos que. Utilicen estrategias propias para hacer cuentas, algunas basadas en descomposiciones de la forma  $32 \rightarrow 30$  y  $2$ . Identifiquen la variación de una magnitud (cambio del nivel del agua a medida que se desocupa una piscina) y relaciones de **variación entre dos magnitudes**<sub>2</sub>.
- ✓ Los **atributos medibles**, de los objetos (longitud, peso, capacidad, etc.) y la duración de eventos; realicen comparaciones, ordenamientos y procesos de medición usando unidades e instrumentos no estandarizados (p. ej., cuando se usa un reloj de arena, un vaso o pocillo, una cuerda, etc.) y estandarizados que sean familiares para los estudiantes (p.ej., cuando se usa una una regla). Además, que comparen objetos de su entorno a partir de características de su forma (superficies curvas o planas, lados rectos o curvos, abierto o cerrado) y describan y representen de manera aproximada posiciones y recorridos de objetos y personas.

- ✓ La recolección y análisis de datos sobre ellos mismos y su entorno, además de la representación de la información en tablas de conteo y pictogramas sin escala. En grado primero, se enfatizó el estudio de **variables cualitativas nominales**<sub>4</sub>.

### Durante grado segundo, se espera que los estudiantes:

- ✓ Amplíen sus conocimientos de la numeración, al menos hasta 10.000; realicen descomposiciones basadas en la forma de escritura y lectura de los números ( $354 \rightarrow 300$  y  $54 \rightarrow 300$  y  $50$  y  $4$ ) y manejen estrategias propias para hacer cuentas y estimar sus resultados. Ordenen de mayor a menor, o viceversa, 7 o más cantidades. Amplíen su capacidad para comprender y resolver problemas de suma y resta, y enfrenten situaciones multiplicativas sencillas. Identifiquen patrones en secuencias.
- ✓ Resuelvan problemas en los que comparen, expliquen, estimen y midan magnitudes como longitud, superficie, peso, duración de los eventos, etc., usando **patrones, unidades e instrumentos**<sub>10</sub> estandarizados o no.

Comparen objetos, las formas de sus superficies y sus caras a partir de propiedades geométricas (lados rectos o curvos, número y longitud de lados, sus direcciones, número de vértices) y describan desplazamientos, referenciando la posición de un objeto mediante nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad.

- ✓ Discutan sobre la necesidad de utilizar el análisis de datos para resolver preguntas que impliquen la descripción del comportamiento de una **variable cualitativa nominal**<sup>4</sup>. Adquieran mayor habilidad en la construcción y lectura de representaciones como las tablas de conteo, pictogramas con y sin escala, gráficas de puntos y de barras simples. Determinen la posibilidad o no de ocurrencia de algunos sucesos o eventos.

# MAPA DE RELACIONES

## CONVENCIONES:



Grado



Categoría organizadora



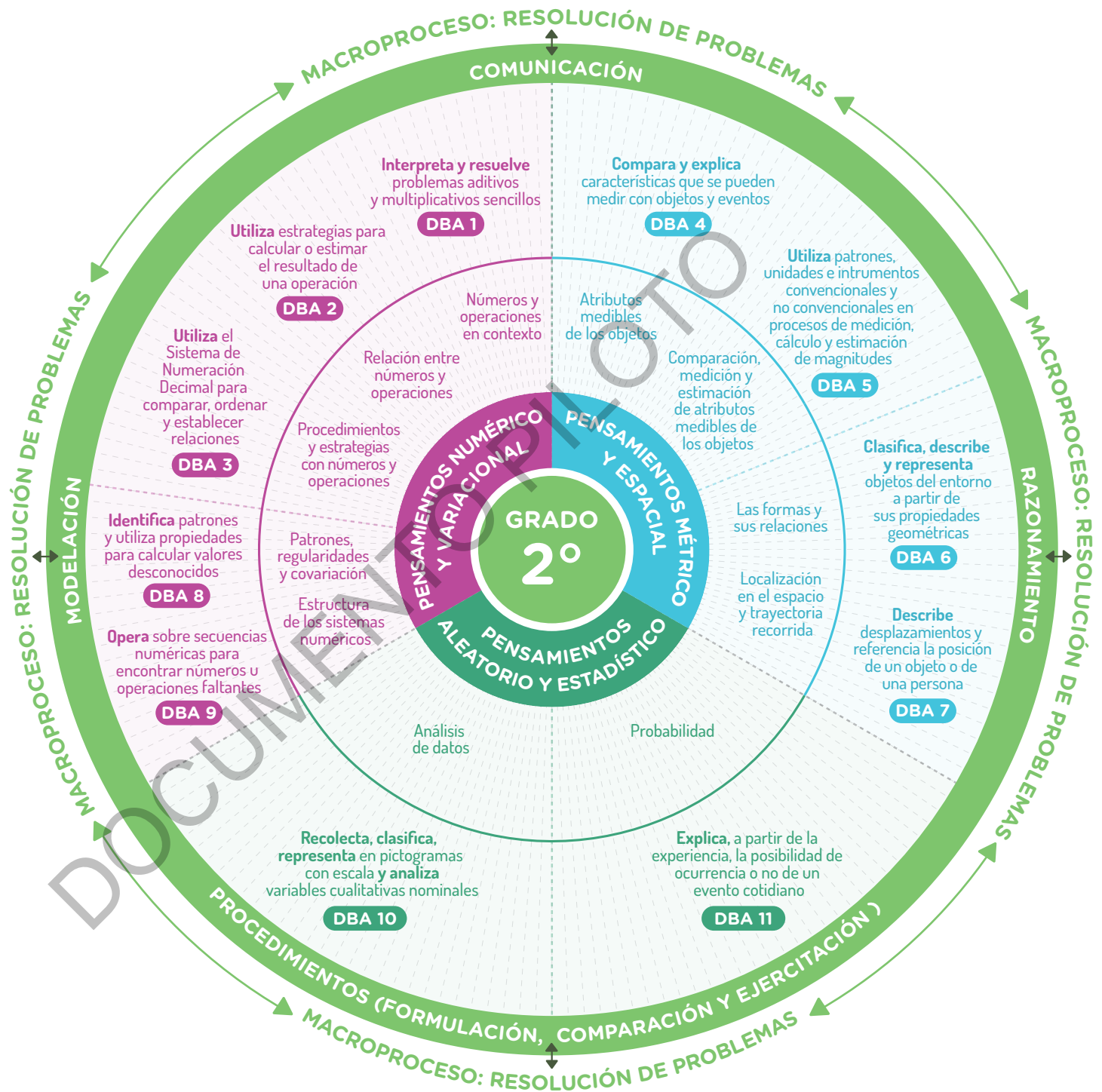
Ejes de progresión



Acciones asociadas a los DBA



Procesos



# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Numérico

GRADO 1°	GRADO 2°	GRADO 3°
<p>Identifica los usos de los números (como código, cardinal, medida, ordinal) y las operaciones (suma y resta) en contextos de juego, familiares, económicos, entre otros.</p>	<p><b>DBA 1</b> <b>Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección y la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Interpreta y construye</b> diagramas para representar relaciones aditivas y multiplicativas entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos.</li> <li>● <b>Describe y resuelve</b> situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser <math>a + b = ?</math>, <math>a + ? = c</math>, o <math>? + b = c</math>.</li> <li>● <b>Reconoce</b> en diferentes situaciones relaciones aditivas y multiplicativas y formula problemas a partir de ellas.</li> </ul>	<p>Interpreta, formula y resuelve en diferentes contextos problemas tanto aditivos de composición, transformación y comparación como multiplicativos directos e inversos.</p>
<p>Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver problemas aditivos.</p>	<p><b>DBA 2</b> <b>Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Construye</b> representaciones pictóricas y establece relaciones entre las cantidades involucradas en diferentes fenómenos o situaciones.</li> <li>● <b>Usa</b> algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.</li> </ul>	<p>Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.</p>

## Pensamiento Numérico

### GRADO 1°

Utiliza las características posicionales del Sistema de Numeración Decimal (SND) para establecer relaciones entre cantidades y comparar números.

### GRADO 2°

**DBA  
3**

Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Compara y ordena** números de menor a mayor y viceversa a través de recursos como la calculadora, aplicación, material gráfico que represente billetes, diagramas de colecciones, etc.
- **Propone** ejemplos y **comunica** de forma oral y escrita las condiciones que puede establecer para conservar una relación (mayor que, menor que) cuando se aplican algunas operaciones.
- **Reconoce y establece** relaciones entre expresiones numéricas (hay más, hay menos, hay la misma cantidad) y describe el tipo de operaciones que debe realizarse para que, a pesar de cambiar los valores numéricos, la relación se conserve.

### GRADO 3°

Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

DOCUMENTO PILOTO

## Pensamiento Variacional

GRADO 1°	GRADO 2°	GRADO 3°
<p>Describe cualitativamente situaciones para identificar el cambio y la variación usando gestos, dibujos, diagramas, medios gráficos y simbólicos</p>	<p><b>DBA 8</b> Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Establece</b> relaciones de reversibilidad entre la suma y la resta.</li> <li>● <b>Utiliza</b> diferentes procedimientos para calcular un valor desconocido.</li> </ul>	<p>Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p>
<p>Reconoce el signo igual como una equivalencia entre expresiones con sumas y restas.</p>	<p><b>DBA 9</b> Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Utiliza</b> las propiedades de las operaciones para encontrar números desconocidos en igualdades numéricas.</li> <li>● <b>Utiliza</b> las propiedades de las operaciones para encontrar operaciones faltantes en un proceso de cálculo numérico.</li> <li>● <b>Reconoce</b> que un número puede escribirse de varias maneras equivalentes.</li> <li>● <b>Utiliza</b> ensayo y error para encontrar valores u operaciones desconocidas.</li> </ul>	<p>Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.</p>



## Pensamiento Métrico

### GRADO 1°

Reconoce y compara atributos que pueden ser medidos en objetos y eventos (longitud, duración, rapidez, masa, peso, capacidad, cantidad de elementos de una colección, entre otros).

### GRADO 2°

**DBA 4**

Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** instrumentos y unidades de medición apropiados para medir magnitudes diferentes.
- **Describe** los procedimientos necesarios para medir longitudes, superficies, capacidades, pesos de los objetos y la duración de los eventos.
- **Mide** magnitudes con unidades arbitrarias y estandarizadas.
- **Estima** la medida de diferentes magnitudes en situaciones prácticas.

### GRADO 3°

Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

**DBA 5**

Utiliza patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Describe** objetos y eventos de acuerdo con atributos medibles: superficie, tiempo, longitud, peso, ángulos.
- **Realiza** mediciones con instrumentos y unidades no convencionales, como pasos, cuadrados o rectángulos, cuartas, metros, entre otros.
- **Compara** eventos según su duración, para ello utiliza relojes convencionales.

Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros, para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

## Pensamiento Espacial

GRADO 1°	GRADO 2°	GRADO 3°
<p>Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).</p>	<p><b>DBA 6</b> Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Reconoce</b> las figuras geométricas según el número de lados.</li> <li>● <b>Diferencia</b> los cuerpos geométricos.</li> <li>● <b>Compara</b> figuras y cuerpos geométricos y <b>establece</b> relaciones y diferencias entre ambos.</li> </ul>	<p>Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.</p>
<p>Describe y representa trayectorias y posiciones de objetos y personas para orientar a otros o a sí mismo en el espacio circundante.</p>	<p><b>DBA 7</b> Describe desplazamientos y referencia la posición de un objeto mediante nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en la solución de problemas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Describe</b> desplazamientos a partir de las posiciones de las líneas.</li> <li>● <b>Representa</b> líneas y <b>reconoce</b> las diferentes posiciones y la relación entre ellas.</li> <li>● En dibujos, objetos o espacios reales, <b>identifica</b> posiciones de objetos, de aristas o líneas que son paralelas, verticales o perpendiculares.</li> <li>● <b>Argumenta</b> las diferencias entre las posiciones de las líneas.</li> </ul>	<p>Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.</p>

## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 1°

Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

**DBA 10**

**Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica** la equivalencia de fichas u objetos con el valor de la variable.
- **Organiza** los datos en tablas de conteo y en pictogramas con escala (uno a muchos).
- **Lee** la información presentada en tablas de conteo, pictogramas con escala y gráficos de puntos.
- **Comunica** los resultados respondiendo preguntas tales como ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos se repite?

### GRADO 3°

Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

### GRADO 2°

**DBA 11**

**Explica a partir de la experiencia la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Diferencia** situaciones cotidianas cuyo resultado puede ser incierto de aquellas cuyo resultado es conocido o seguro.
- **Identifica** resultados posibles o imposibles, según corresponda, en una situación cotidiana.
- **Predice** la ocurrencia o no de eventos cotidianos basado en sus observaciones.

### GRADO 3°

Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

DOCUMENTO PILOTO

# CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

Las habilidades para hacer cuentas se favorecen con estrategias de cálculo como redondear (aproximar) números de dos dígitos a la decena más cercana, contar de 10 en 10 empezando en alguno de los números y usar los números dobles para resolver sumas y restas. (P. ej. de  $5 + 5 = 10$ , se puede hallar  $5 + 6$ , al resolver  $5 + 5$  y agregar 1). (DBA 2)

Ampliar la comprensión de las reglas que rigen el Sistema de Numeración Decimal, por lo menos hasta 10.000, requiere manejar sistemas con tres y cuatro unidades de valores diferentes. El paso de coordinar dos tipos de unidades (unidades y decenas) a tres (unidades, decenas y centenas), inicialmente puede ser difícil para algunos estudiantes, por eso es importante que ellos se enfrenten a situaciones que exijan trabajar con tres tipos de unidades. (DBA 3)

En grado primero, cuando los niños hicieron cuentas, trabajaron principalmente con transformaciones de **tipo aditivo**, (34 como 30 y 4). En grado segundo, se busca que además las hagan apoyados en transformaciones **tipo aditivo-multiplicativo**, (34 como 3 de 10 y 4 de 1; 345 como 3 de 100, 4 de 10 y 5 de 1). (DBA 2)

Un problema aditivo puede resultar más o menos complejo para los estudiantes, entre otras razones, por:

- las relaciones entre las partes y el todo que involucra (algunos tipos son: de **composición, de transformación y de relación**<sub>12</sub>),
- las variaciones en las formas de enunciarlo, y
- el contenido que implica (el contexto y el intervalo numérico).

Enfrentar a los estudiantes a distintos tipos de problemas favorece el desarrollo de su pensamiento aditivo. (DBA 1)

Saber las tablas de multiplicar no es el punto de partida para el desarrollo del **pensamiento multiplicativo**<sub>6</sub>. Los estudiantes complejizan este pensamiento a medida que solucionan **problemas de tipo multiplicativo**<sub>15</sub>. Inicialmente, los resolverán mediante procedimientos aditivos: sumas repetidas, duplicaciones u otro tipo de agrupaciones. (DBA 1 y 2)

Comprender un problema tiene que ver con que los estudiantes puedan imaginarse las acciones que están detrás del enunciado; por eso, cuando no logran comprender un problema, puede ser útil dramatizar la acción a la que hace referencia. (DBA 1)

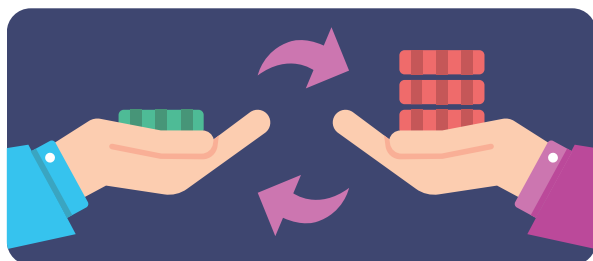
Los estudiantes mejoran su habilidad para encontrar patrones de secuencias de forma, de color o de los números y sus operaciones a medida que enfrentan secuencias con patrones cada vez más complejos y cuando se les pide encontrar un valor que está varios puestos adelante del siguiente, lo que promueve encontrar una regla general para evitar hallar uno a uno cada valor hasta llegar al puesto solicitado (p. ej. En la secuencia 3, 8, 13, ... ¿cuál es el término siguiente?, ¿cuál es el que está en el puesto 20?, exige encontrar una regla de construcción: el primero es 3, el segundo se obtiene sumando a 3, una vez 5; el tercero, sumando a 3, 2 veces 5; el del puesto 50 se obtiene sumando a 3, 49 veces 5, o sea  $3 + 245 = 248$ ) (DBA 8)

Además de describir cualitativamente la **variación de una magnitud**<sub>2</sub>, los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional a medida que se los enfrenta a representar y describir la **variación de dos magnitudes**<sub>2</sub>, que se ponen en relación; p. ej., se tienen dos tarros, uno tiene 19 bolas y el otro está vacío. Se trasvasan una a una las bolas de un tarro al otro y se representa la variación mediante dibujos o una tabla de dos columnas. En el caso de la tabla se escriben los valores de la cantidad de bolas que hay en cada recipiente tras cada movimiento. (DBA 9)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

- A** Participen en juegos en los que se manejen tres y cuatro unidades distintas. P. ej., se ganan fichas verdes, azules y amarillas, cada color de un valor diferente. Estos juegos exigen coordinar el número de fichas de un color con su valor. Hasta 999 se trabaja con 3 colores (para 100, 10 y 1) y hasta 9.999 se agrega un nuevo color para 1.000.



1 ficha verde  
vale 5 rojas



- B** Compren y vendan. Unas veces se compra con monedas o billetes de 100, 10 y 1; más adelante, se agregan billetes de 1.000. En otras ocasiones, se compra con billetes y monedas en las denominaciones comunes (\$5.000, \$2.000, \$500, etc.). Para dar lugar a lo multiplicativo, puede jugarse con la condición de comprar varias unidades de un mismo artículo.

- C** Participen en juegos estructurados que den lugar a formular y resolver problemas de determinada clase. P. ej., un jugador A lanza un dado de forma oculta y después otro a la vista del jugador B; los puntos obtenidos se agregan a los puntos ocultos y el jugador A da el resultado en voz alta; B debe descubrir el valor del dado oculto. Este juego da lugar a problemas del tipo  $? + 4 = 12$ . Los dados pueden reemplazarse por tarjetas con números (las que corresponden al primer dado tienen un distintivo que las diferencia de las que corresponden al segundo). Se sugiere trabajar con cantidades pequeñas al comienzo y más adelante con dos tipos de tarjetas que reemplazarán el segundo dado (azules que suman y rojas que restan), así se da lugar a dos tipos de problemas ( $? + 14 = 21$  y  $? - 12 = 13$ ).

- D** Identifiquen patrones en secuencias y expresen una regla general para encontrar cualquier término. Elaboren tablas para encontrar regularidades a medida que cambia un valor (p. ej., se tiene un número, se calcula su cuádruplo, ¿qué valor hay que agregarle para que sea igual a su cuádruplo? Hacer una tabla como la que se indica, ayuda a identificar la regularidad. Es posible que en este grado algunos estudiantes logren explicar el porqué de la regularidad



Número	Valor de 4 veces el número (cuádruplo)	Valor de lo que falta al número para ser el cuádruplo
1	4	3
2	8	6
3	12	9
4	?	?

**E** Propongan situaciones de empaquetar. P. ej., empaquetar tarjetas en sobres o galletas en paquetes, depositando la misma cantidad en cada uno (unas veces 3, otras 4, 5, etc.). Estas situaciones motivan preguntas como, si un sobre o paquete contiene 6 unidades, ¿cuántas hay en 8 sobres o paquetes?, ¿cuántos sobres o paquetes podrían llenarse con 48 unidades? Inicialmente, se ejecutarán las acciones de empaque; a medida que los estudiantes ganen destreza, se los orientará para que las resuelvan apoyándose en representaciones gráficas y, poco a poco, estas representaciones se reemplacen por escrituras con números. En este grado, no se trata de utilizar procedimientos basados en la multiplicación y la división, sino favorecer que construyan sus propias estrategias.

Se puede proponer la elaboración de tablas en las que se registre la correspondencia entre sobres y tarjetas. Inicialmente, se hacen tablas sobre a sobre, después, estrategias como duplicación (Ver tabla). En repartos por partes iguales, presentar situaciones que den lugar a residuos iguales o diferentes de cero.

**PROCEDIMIENTO UNO A UNO**

Número de paquetes	Número de galletas
1	3
2	6
3	9
4	12

**PROCEDIMIENTO POR DUPLICACIÓN**

Número de paquetes	Número de galletas
1	3
2	6
4	12
8	24

Prestar atención a que el estudiante, en situaciones que impliquen repartir o empaquetar objetos, interprete el residuo diferente de cero de acuerdo con la situación planteada (p. ej. si se trata de encontrar la cantidad de cajas que se pueden llenar con una cantidad de objetos, el residuo indica la necesidad de una caja más para empaquetar los objetos que sobran). Si es necesario conviene que el estudiante realice la acción de empaque.

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

Antes de iniciar el estudio formal del Sistema Métrico Decimal, se sugiere que los estudiantes se enfrenten a situaciones en las que decidan sobre la **unidad<sub>10</sub>** más apropiada para realizar determinada medida y consideren la cantidad de **magnitud<sub>5</sub>** por medir, el tipo de magnitud y el uso que se dará a esa medida, tomando como referencia su experiencia para tomar decisiones como ¿con qué mido una cantidad de medicina para un niño?, ¿con una cucharita, con un gotero o con una tapa? y que argumenten sus decisiones determinando cuál es la unidad de medida más pertinente. (DBA 4 y 5)

Para ampliar y consolidar el proceso de medición, conviene que los estudiantes se percaten de que al usar unidades diferentes para medir una misma cosa los números que representan el valor de la medida son diferentes, aunque el valor de la medida es el mismo; p. ej., el niño A mide una distancia con pasos, el valor obtenido es 8 pasos; B mide con cuadernos y consigue 13 cuadernos. A pesar de ser diferentes 8 y 13, los valores son equivalentes, pues la diferencia está en que se mide con unidades distintas. (DBA 4)

La percepción visual o táctil es un recurso utilizado por los estudiantes para estimar o calcular la medida de una **magnitud**. Los estudiantes pueden fijarse en la forma del objeto por medir y no en su **atributo**, lo que los lleva a deducir (de manera errónea) que la longitud cambia si varía la forma; p. ej., para un estudiante un mismo lazo estirado o en forma circular podría tener diferente longitud. Es posible que los estudiantes creen que una magnitud se altera al desplazar o rotar el objeto que se está midiendo. (DBA 4)

La comprensión del tiempo puede promoverse a través de la identificación de referencias para contabilizarlo, como el día de la semana y mes del año. Para ello, se sugiere utilizar calendarios, agendas, etc; también, con la organización temporal de eventos (fechas de cumpleaños de familiares, festividades o temporadas vacacionales) y la medida de la duración de eventos (una carrera de atletismo o una canción) con **instrumentos**, como relojes de arena, relojes digitales o cronómetro, previo al estudio del reloj analógico. (DBA 5)

La comprensión de las formas planas o sólidas y sus características incluye que los estudiantes puedan identificarlas y representarlas a partir de condiciones dadas; p. ej., representar y clasificar figuras que tengan un número determinado de lados, de ángulos, o caras iguales, etc. (DBA 6)

La descripción de posiciones y trayectorias incluye referencias más específicas sobre posiciones relativas de las líneas (horizontal o vertical, paralelas); esto puede promoverse a partir de la descripción de cuerpos, figuras y su entorno (p. ej., identificar que las aristas que se encuentran entre el techo y la pared son horizontales y paralelas a las de la pared y el piso, o con la descripción de desplazamientos de una persona en una habitación). (DBA 7)

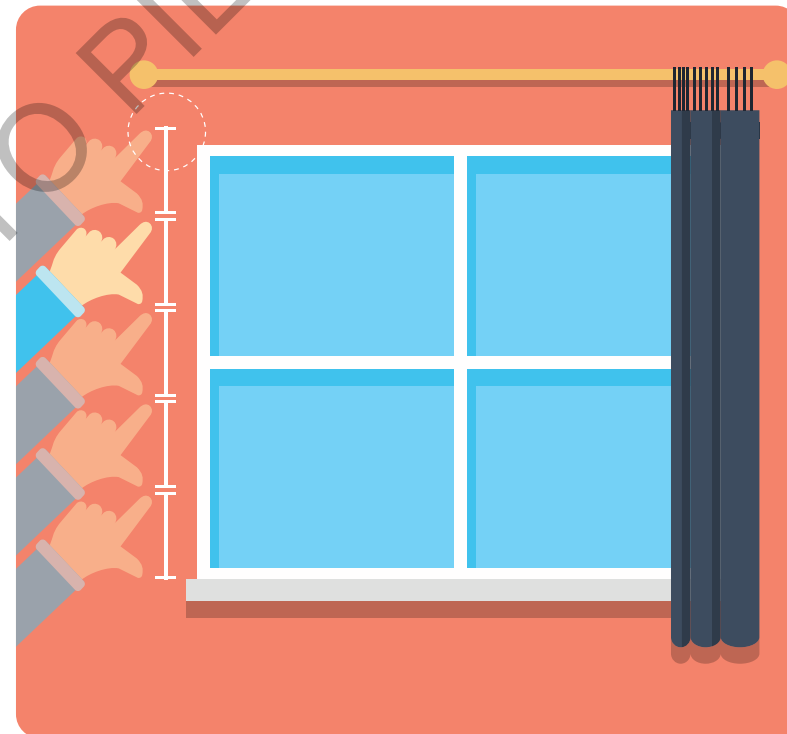


## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las cuales los estudiantes:

- A** Adivinen y describan objetos de su entorno a partir de pistas, como las características y los nombres de los objetos (p. ej., número de lados, longitudes de estos, observación de ángulos, etc.), para consolidar ideas acerca de las figuras y de los cuerpos geométricos, las relaciones entre ellos y las relaciones al interior de cada figura o cuerpo.
- B** Armen rompecabezas bidimensionales y tridimensionales, en los que se componen y descomponen formas o cuerpos sólidos, y varíen las formas y el número de fichas. Además, que armen y desarmen cajas para analizar sus partes (bordes, ángulos, caras).
- C** Exploren con objetos de su entorno. P. ej., determinen si por la puerta del salón se puede pasar un escritorio; para esto es necesario que realicen mediciones respecto a algunas magnitudes, estimen y expresen estas medidas con unidades que hayan acordado, como, cuartas, cuadrados, centímetros (no se descartan las unidades estandarizadas que posiblemente los estudiantes han usado en su vida

cotidiana, pero se sugiere un estudio paulatino de estas). En algunas situaciones, se puede propiciar mediciones y estimaciones donde se pregunte por las 'partes' de la unidad que se esté utilizando, aunque las respuestas sean intuitivas.



- D** Describan movimientos o jugadas de juegos como *pacman*, *ajedrez*, *batalla naval*, etc., en los que se realizan desplazamientos horizontales o verticales y algunos giros, además de establecer relaciones entre trayectos o recorridos que pueden representarse a través de líneas paralelas o perpendiculares.

Una situación que es posible abordar en clase consiste en proponer a los estudiantes que escriban o digan las indicaciones que se darán a un compañero nuevo, para que pueda llegar de la puerta de la escuela hasta el salón de clase. Los estudiantes se ven abocados a describir (verbal o gráficamente) la posición y desplazamiento de la persona considerando como referencia la ubicación de lugares u objetos conocidos.

Inicialmente, se puede plantear que los estudiantes:

- Realicen el recorrido y, mientras lo hacen, tomen nota de puntos claves que ubicarán al compañero con facilidad.
- Determinen las distancias entre los puntos claves; para ello, elijan la unidad de medida que requieran.

Invite a sus estudiantes a definir la manera en que darán las indicaciones, ¿verbalmente, por escrito, de forma gráfica?. Pida que elaboren las instrucciones de acuerdo con la opción que eligieron; si es verbal, con una grabación de audio; si es gráfica, con un mapa, o que escriban las indicaciones, etc.

Los estudiantes pueden intercambiar sus indicaciones con las de un compañero y seguirlas al pie de la letra para responder a preguntas como ¿logró llegar de la portería al salón con las indicaciones elaboradas por su compañero? Si logró llegar, ¿qué instrucciones le ayudaron para lograrlo? Si no logró llegar, ¿qué instrucciones lo confundieron? Promueva que los estudiantes comuniquen y argumenten sus ideas, solicitándoles que cuenten a su compañero cómo puede mejorar sus instrucciones y reducirlas a las estrictamente necesarias.

Observe si se usan correctamente puntos de referencia y nociones de localización, como la dirección, posición y giros; promueva que los estudiantes realicen cambios de representación: de verbal a gráfico y viceversa.

# Sobre los Pensamientos aleatorio y estadístico

---

Se espera que los estudiantes continúen desarrollando su comprensión sobre los datos como números que informan acerca de características de un contexto. Reconocen que en estadística se analizan datos como un conjunto y no como casos particulares. Es deseable trabajar el *ciclo investigativo*, completo y sus etapas secuencialmente; sin embargo, el maestro puede iniciar en cualquier etapa y completar el ciclo, por ejemplo, en busca de la pregunta, el plan, etc., o recuperar las fases del ciclo en el caso en que los datos provengan de estudios ya realizados. (DBA 10)

Los intereses de los estudiantes se dirigen a estudiar características de ellos mismos y su entorno más cercano, por lo que las preguntas pueden girar alrededor del conocimiento de las preferencias, los gustos, sus intereses y los de sus compañeros de clase. Las situaciones estarán dirigidas a resolver preguntas como ¿cuántos hay de...?, ¿cuál es el valor más frecuente?, ¿cuál es el dato menos frecuente? (DBA 10)

Con la ayuda del profesor, se formula un plan de recolección y organización de los datos que incluye la elaboración de encuestas sencillas y la decisión sobre el método de registro de los resultados, p. ej. en tablas de conteo. En el caso de encuestas elaboradas por otros, se discute sobre los tipos de preguntas y las posibles respuestas. (DBA 10)

El razonamiento se apoya en lo perceptual y el uso del lenguaje será informal; p. ej, en el análisis de un diagrama de barras u otra forma de representación de la información, expresiones como el pico más alto o el más largo pueden referirse al valor más frecuente. La construcción de representaciones, como las tablas de conteo, **pictogramas**, con escala y sin ella, gráficas de puntos y de barras simples, implica la identificación de la **variable cualitativa nominal**, en estudio y los valores que esta toma. Los procedimientos utilizados se basan en la clasificación, el conteo y el establecimiento de las relaciones uno a muchos (P. ej, 1 a 3, 1 a 5); para el caso de las escalas en los **pictogramas**, es necesario que se identifique claramente esta relación; y en las gráficas de barras simples, que relacione el alto del rectángulo con la frecuencia con la que aparece el valor de la variable. (DBA 10)

En la producción de los informes, se trata de explicar cuestiones relacionadas con las maneras como encuestaron, el número de estudiantes que indicaron un valor particular, si existe una tendencia particular en los datos, así como reconocer cuál de las representaciones es la mejor para informar sobre los resultados del estudio. Para incentivar la generalización, puede cerrarse el ciclo planteando nuevas preguntas como, si realizamos este mismo estudio el próximo año, ¿encontraremos las mismas respuestas?, si varía la **población**, del estudio, ¿cambiarán los resultados? (DBA 10)

Por otra parte, se espera que tengan una aproximación intuitiva a la probabilidad entendida como posibilidad o no de ocurrencia de algunos sucesos o eventos cotidianos, hagan conjeturas sobre su ocurrencia y comparen con los resultados, p. ej., antes de iniciar un juego digan quién puede ganar. (DBA 11)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

### Pensamientos aleatorio y estadístico

Pueden plantearse algunas situaciones en las cuales los estudiantes:

**A** Indaguen por las características de una **población**, (p. ej. los estudiantes del curso 2B o del centro educativo, o sus familias), en el marco de una situación que requiera tomar decisiones; p. ej., si en la institución están en proceso de crear cursos electivos, puede realizarse una encuesta en el que se solicita información útil para ofrecer tres cursos de arte que sean de mayor preferencia de los estudiantes de un curso o de varios.

**B** Requieran leer e interpretar estudios producidos por otros. Es una actividad en la que los alumnos pueden poner a prueba sus conocimientos sobre el análisis de datos y, además, los ayuda a ir elaborando lecturas críticas sobre información elaborada por otros.



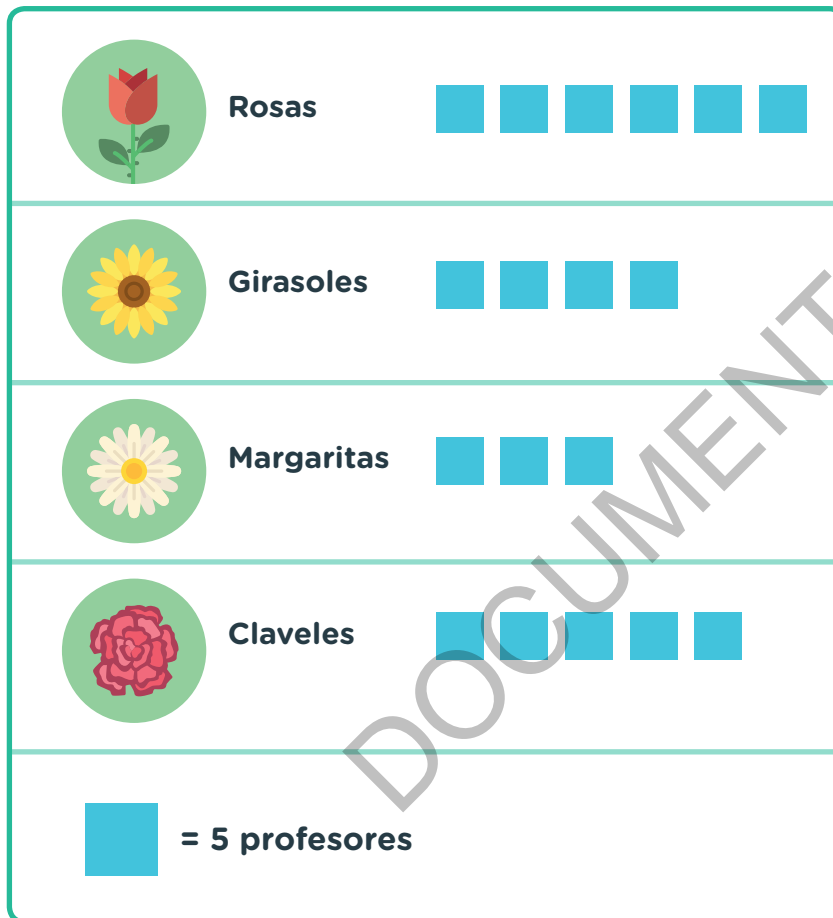
Seleccione recursos que sean relevantes para el contexto y la edad de los estudiantes (P. ej, una infografía que presente tablas y/o gráficos relacionados con el cuidado y preservación de los recursos naturales) e invítelos a reflexionar sobre la información que se presenta a la luz de la realidad local, nacional y global con preguntas como ¿Desde tu casa, de qué manera pueden aportar a la preservación de estos recursos?

**C**

Asignen la posibilidad o no de ocurrencia de un evento usando expresiones como seguro o imposible, ante una situación cotidiana o en resultados de juegos de azar. P. ej., los estudiantes de la clase diseñan un juego en el cual avanzan por una ruta de acuerdo con las sumas de los puntos obtenidos al lanzar dos dados, esto es, si obtienen tres puntos, deben avanzar tres pasos. Discusiones sobre la posibilidad de avanzar 7 pasos o avanzar un solo paso, serán reconocidas como un evento posible o uno imposible en el contexto del juego.



A continuación, se presenta una situación: para iniciar el **ciclo investigativo**, el profesor les explica a los estudiantes que se desea plantar una huerta con variedad de flores. Se consultó a los profesores sobre su preferencia entre diferentes clases de flores y se presentan los resultados en la siguiente gráfica:

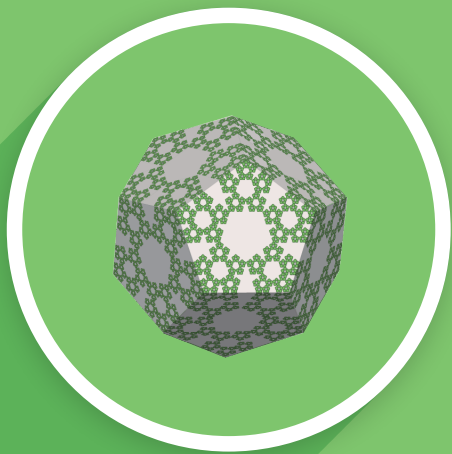


Pida a los estudiantes que lean la gráfica. Además que sugieran un título pertinente a la información dada y que expliquen los resultados de la encuesta indicando p. ej, la cantidad de personas que selecciona cada flor .

Para leer la información de la gráfica, los estudiantes deben interpretar que por cada ■ hay 5 profesores que seleccionaron un tipo de flor como la preferida. Ante una pregunta como ¿cuántos profesores prefieren las margaritas? los estudiantes pueden realizar conteos de 5 en 5 y encontrar el total realizando la suma correspondiente. Pueden informar cuántos profesores seleccionaron cada una de las clases de flores y cuántas flores hay en total. También pueden responder asuntos relacionados con las diferencias encontradas.

Para finalizar el ciclo, el profesor puede proponerles preguntas como, si se realiza el mismo estudio a los estudiantes del curso 2C, ¿se tendrán los mismos resultados?, si se les pregunta a los estudiantes de los grados segundo, ¿se obtienen los mismos resultados en todos los cursos? con esto se busca que los estudiantes identifiquen que los resultados dependen de la población en estudio y que posiblemente estos sean diferentes.

DOCUMENTO PILOTO



# MATEMÁTICAS

## GRADO 3°

DOCUMENTO PILOTO

MALLAS DE APRENDIZAJE

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 3°

**Se espera que los estudiantes lleguen a grado tercero con algunas ideas sobre:**

- ✓ Los números, al menos hasta 10.000. Comprendan y resuelvan problemas aditivos y problemas sencillos de multiplicación y división mediante procedimientos basados en la suma (sumas repetidas y duplicación). El carácter posicional y decimal del sistema de numeración. Realizan cuentas y estiman resultados basándose en **descomposiciones aditivas y aditivo-multiplicativas<sub>11</sub>**. Identifican patrones en secuencias y utilizan propiedades de las operaciones para justificar regularidades.
- ✓ La comparación, medición y estimación de **magnitudes<sub>5</sub>**, como longitud, superficie, peso, duración de los eventos, etc., usando **patrones<sub>10</sub>**, unidades e instrumentos estandarizados y no estandarizados. También, que reconozcan las formas de sólidos y sus caras considerando propiedades geométricas y las relaciones de paralelismo, perpendicularidad entre líneas rectas y describan desplazamientos y trayectorias referenciando la posición de un objeto, persona o animal.

- ✓ La necesidad de utilizar el análisis de datos para resolver preguntas que impliquen la descripción del comportamiento de una **variable cualitativa nominal<sub>4</sub>**. También, tienen mayor habilidad en la construcción y lectura de representaciones como las tablas de conteo, pictogramas con escala y sin ella, gráficas de puntos y de barras simples. Determinan la posibilidad o no de ocurrencia de algunos sucesos o eventos.

**Durante grado tercero, se espera que los estudiantes:**

- ✓ Extiendan la numeración más allá de 10.000 y profundicen las comprensiones sobre el sistema de numeración. Consoliden sus habilidades para realizar y utilizar **descomposiciones aditivas y aditivas-multiplicativas<sub>11</sub>** y se inicien en los algoritmos estandarizados de las operaciones.

Amplíen su capacidad para comprender y resolver problemas de suma y resta (además del tipo de problemas que se vienen trabajando desde grado segundo, se enfatizan los de **relaciones inversas<sub>13</sub>** y **problemas compuestos de dos etapas<sub>14</sub>**), multiplicación y división (ampliación en **problemas multiplicativos<sub>15</sub>**).

Describan situaciones de variación y otras que suponen el uso de cantidades no conocidas y expresen sus conclusiones mediante el lenguaje verbal y **expresiones matemáticas intuitivas**<sub>16</sub>.

- ✓ Midan áreas y perímetros de formas planas, particularmente cuadriláteros, mediante procedimientos geométricos, como recubrir o descomponer. Además, que estimen y midan **magnitudes**<sub>5</sub>, como capacidad, volumen, área y tiempo en la resolución de problemas. Describan formas en dos y tres dimensiones, nombrando sus elementos y comparando sus propiedades; también, que resuelvan problemas relacionados con la posición y transformaciones de formas geométricas.
- ✓ Recolecten, organicen, representen y analicen datos, e inicien el estudio de **variables cualitativas**<sub>4</sub> ordinales. Determinen la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y los cuantifiquen en una escala cualitativa.



# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Numérico

### GRADO 2°

Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección y la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.

**DBA 1**

**Interpreta, formula y resuelve en diferentes contextos problemas tanto aditivos de composición, transformación y comparación como multiplicativos directos e inversos.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Construye** diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
- **Resuelve** problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- **Propone** estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos.
- **Analiza** los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

### GRADO 4°

Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

**DBA 2**

**Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- **Reconoce** el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- **Argumenta** cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.



## Pensamiento Numérico

### GRADO 2°

Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.

### GRADO 3°

**DBA  
3**

**Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Realiza** mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.
- **Utiliza** las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.
- **Propone** ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.
- **Utiliza** fracciones para expresar la relación de “el todo” con algunas de sus “partes”, asimismo diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).

### GRADO 4°

Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

DOCUMENTO PILOTO

## Pensamiento Variacional

GRADO 2°	GRADO 3°	GRADO 4°
<p>Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.</p>	<p><b>DBA 8</b> Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Describe</b> de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas.</li> <li>● <b>Construye</b> secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.</li> <li>● <b>Encuentra</b> y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo con el contexto.</li> </ul>	<p>Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.</p>
<p>Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.</p>	<p><b>DBA 9</b> Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Propone</b> soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número.</li> <li>● <b>Toma</b> decisiones sobre cantidades aunque no conozca exactamente los valores.</li> <li>● <b>Trabaja</b> sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.</li> </ul>	<p>Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</p>

## Pensamiento Métrico

### GRADO 2°

Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

**DBA  
4**

**Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Toma** decisiones sobre la magnitud por medir (área o longitud) según la necesidad de una situación.
- **Realiza** recubrimientos de superficies con diferentes figuras planas.
- **Mide y calcula** el área y el perímetro de un rectángulo y expresa el resultado en unidades apropiadas según el caso.
- **Explica** cómo figuras de igual perímetro pueden tener diferente área.

### GRADO 4°

Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición y de las necesidades a las que responden.

**DBA  
5**

**Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Compara** objetos según su longitud, área, capacidad, volumen, etc.
- **Hace** estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación.
- **Hace** estimaciones de volumen, área y longitud en presencia de los objetos y los instrumentos de medida y en ausencia de ellos.
- **Empaca** objetos en cajas y recipientes variados y calcula la cantidad que podría caber, para ello tiene en cuenta la forma y volumen de los objetos a empacar y la capacidad del recipiente en el que se empaca.

Utiliza patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

## Pensamiento Espacial

### GRADO 2°

Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.

### GRADO 3°

**DBA 6**

**Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Relaciona** objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos.
- **Clasifica y representa** formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado.
- **Interpreta, compara y justifica** propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales.

### GRADO 4°

Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y tridimensionales y establece relaciones entre ellas.

**DBA 7**

**Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Localiza** objetos o personas a partir de la descripción o representación de una trayectoria y construye representaciones pictóricas para describir sus relaciones.
- **Identifica y describe** patrones de movimiento de figuras bidimensionales que se asocian con transformaciones como: reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras.
- **Identifica** las propiedades de los objetos que se conservan y las que varían cuando se realizan este tipo de transformaciones.
- **Plantea y resuelve** situaciones en las que se requiere analizar las transformaciones de diferentes figuras en el plano.

Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).

## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 2°

Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

### GRADO 3°

**DBA  
10**

Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica** las características de la población y halla su tamaño a partir de diferentes representaciones estadísticas.
- **Construye** tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada.
- **Analiza e interpreta** información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto.
- **Identifica** la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.
- **Compara** la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas.

### GRADO 4°

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.

**DBA  
11**

Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Formula y resuelve** preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro.
- **Representa** los posibles resultados de una situación aleatoria simple por enumeración o usando diagramas.
- **Asigna** la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la escala definida.
- **Predice** la posibilidad de ocurrencia de un evento al utilizar los resultados de una situación aleatoria.

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

DOCUMENTO PILOTO

# CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

La comprensión del valor posicional, además de las **descomposiciones aditiva y aditiva-multiplicativa**, estudiadas en los grados primero y segundo, requiere entender la composición de dos unidades contiguas (p. ej., entender que 1 centena son 100 unidades, porque 1 centena son 10 decenas y, a su vez, 1 decena son 10 unidades; o que 1 unidad de mil son 1.000 unidades, porque 1 unidad de mil son 10 centenas, 1 centena son 10 decenas, 1 decena son 10 unidades, y así con otros órdenes decimales). Estos hechos se relacionan con equivalencias en el sistema métrico decimal (p. ej., 1 metro son 100 centímetros, porque 1 metro son 10 decímetros y 1 decímetro son 10 centímetros) y vinculan estas formas de hacer cuentas con los algoritmos estandarizados. (DBA 1 y 3)

Pasar de problemas de una **etapa** a dos resulta difícil para algunos estudiantes, especialmente si se trata de combinaciones de problemas **directos e inversos**. Puede ser útil apoyarlos en la lectura en caso de dificultades y, a medida que se les lee, orientarlos para que registren los datos por escrito; cuando sea posible, dramatizar el enunciado para ayudar a representar las acciones sugeridas en el enunciado, elaborar esquemas, intentar resolver el mismo problema con cantidades menores y manipular materiales. (DBA 1)



La multiplicación, como agregación sucesiva de grupos iguales, y la división, como repartos equitativos, son apenas algunos de los significados asociados con lo multiplicativo, por lo que conviene que los estudiantes se enfrenten a otros **tipos de problemas multiplicativos<sub>15</sub>** que requieren otras comprensiones de lo (arreglos rectangulares, correspondencias múltiples, operadores multiplicativos). (DBA 1)

Debido a prácticas inadecuadas de enseñanza, es común que los estudiantes construyan actitudes poco favorables para los procesos de resolución de problemas (p. ej., creer que resolver un problema consiste en aplicar un método previamente enseñado por el profesor) por eso, es importante orientarlos para que propongan y ensayen sus propias ideas, persistan en la búsqueda de soluciones e ideen métodos para controlar la validez de las soluciones. (DBA 1)

A medida que los estudiantes idean estrategias para resolver problemas multiplicativos, ganan habilidad para encontrar resultados de las multiplicaciones de dígitos. Poco a poco conviene apoyarlos para que apliquen algunas estrategias: de  $2 \times 8 = 16$  calcular  $8 \times 2$ ; de  $3 \times 4 = 12$  calcular  $6 \times 4$ , porque 6 es el doble de 3; de  $3 \times 4 = 12$  calcular  $4 \times 4$ , porque 4 es una vez más que 3; de  $10 \times 4 = 40$ , calcular  $5 \times 4$ , porque 5 veces es la mitad de 10. (DBA 1)

Comprender los fraccionarios es más que aprender a partir unidades y representarlas mediante fracciones y que aprender los algoritmos de las operaciones. Los estudiantes construyen la idea de fraccionario a medida que se enfrentan a diversos problemas en variados contextos que exigen distintos significados de una fracción (en grado tercero, se trabajan situaciones de fracciones ligadas a **parte-todo, operador y, en menor medida, como razón<sub>18</sub>**). (DBA 3)

Además de descubrir y describir regularidades en secuencias y de describir cualitativamente la variación entre dos magnitudes que se ponen en relación, los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional al enfrentarlos a situaciones que requieren hacer operaciones sobre valores no conocidos y pedir que las comuniquen. (DBA 8 y 9)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden promoverse situaciones en las que los estudiantes:

- A** Analicen problemas aritméticos que no tengan única solución (p. ej., pagar exactamente con monedas de quinientos y de cien un helado que cuesta \$1.700. Puede aumentarse a tres tipos de monedas y poner condiciones sobre la cantidad de monedas para utilizar). Estos problemas requieren diseñar métodos sistemáticos para encontrar todas las posibilidades.
- B** Hacen repartos de dinero. P. ej., repartir \$5.450 por partes iguales entre 4 personas. El dinero se representa con 5 billetes de \$1.000, 4 de \$100 y 5 de \$10. Después de dar 1 billete de \$1.000 a cada uno, el que sobra se cambia por 10 de \$100. Cada vez se cambian los billetes que sobran por 10 de la denominación inmediatamente menor.

Preste atención a que los estudiantes realicen los cambios adecuados para hacer repartos como \$1.020 (1 moneda de \$1000 y 2 de \$10) entre 6 personas. En caso de ser necesario, muestre que la moneda de \$1.000 puede cambiarse por 10 de \$100; y las 4 de \$100 restantes, por 40 de \$10.

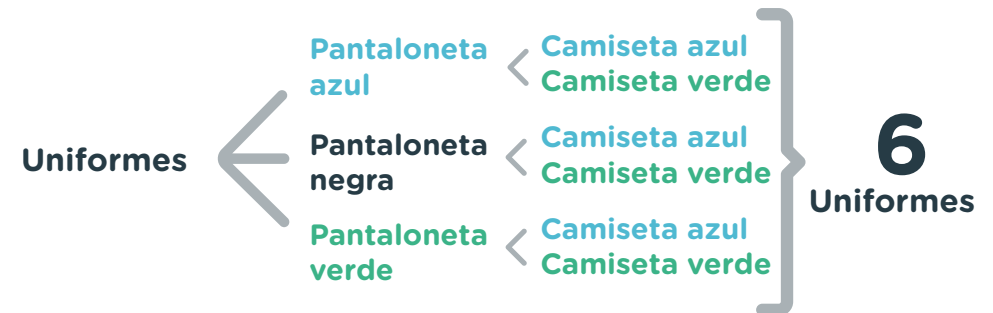
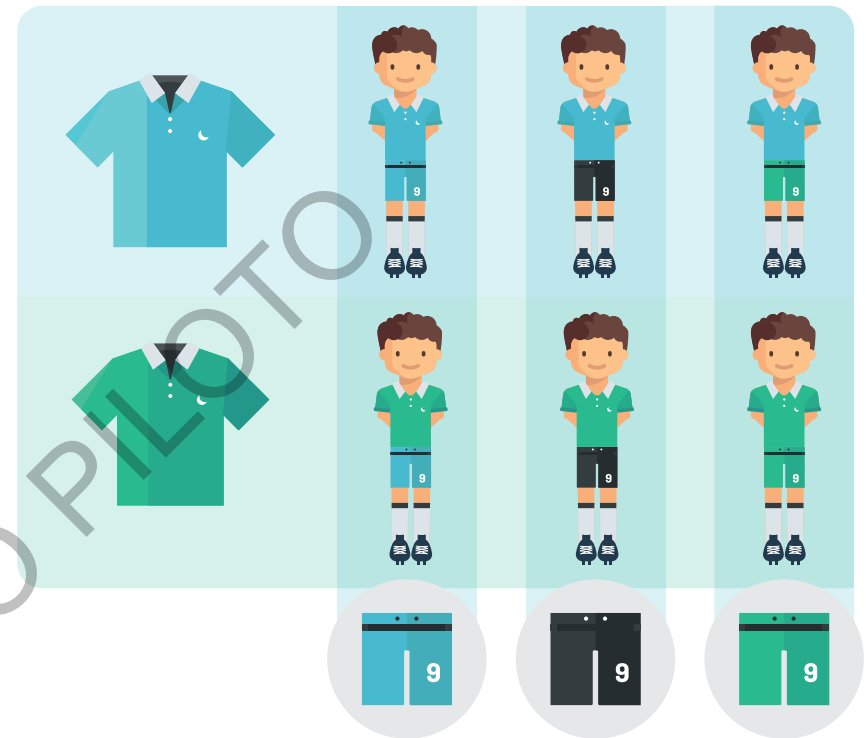


- C** Elaboren tablas o dibujos en los que registren los valores que va tomando una **magnitud**, cuando varía otra, así como se hizo en grado primero (p. ej., se tienen dos tarros: uno tiene 19 tapas y el otro está vacío. Se trasvasan una a una las tapas de un tarro al otro). (DBA 8)

TAPAS EN EL RECIPIENTE A	TAPAS EN EL RECIPIENTE B
19	0
18	1
17	2
16	3

- D** Comparan la longitud de una parte del objeto con la que tiene en una imagen ampliada y viceversa. Se hacen ampliaciones o reducciones de figuras (como cuando se usa cuadrícula para reproducir un dibujo, se utiliza el zoom, se compara la imagen de una fotografía con el objeto, se elabora o lee un plano a escala, se sacan fotocopias ampliadas o reducidas) y se formulan problemas; p. ej., la altura de un niño es \_\_\_ y en la fotografía es \_\_\_, ¿qué fracción representa la altura del niño en la imagen comparada con la real?

- E** Realizan mediciones en las que se fracciona la unidad para obtener medidas más aproximadas (p. ej., el largo de la mesa mide 12 lanas —un pedazo tomado como unidad— y  $\frac{3}{5}$  de lana).
- F** Proponer situaciones de combinación; p. ej., un equipo de fútbol dispone de tres pantalonetas y dos camisetas diferentes por jugador, si se combinan, ¿cuántos uniformes diferentes pueden formar? En un comienzo, pueden hacerse todas las combinaciones posibles luego de recortarse las figuras de las pantalonetas y de las camisetas en papel. A medida que se resuelven situaciones, se apoya a los estudiantes para que ideen procedimientos y representaciones gráficas más sistemáticas que faciliten la búsqueda de todas las combinaciones. Poco a poco se podrá pasar a representaciones más esquemáticas, p. ej., diagramas de árbol, hasta llegar a representar problemas como estos mediante una multiplicación ( $3 \times 2$ ).



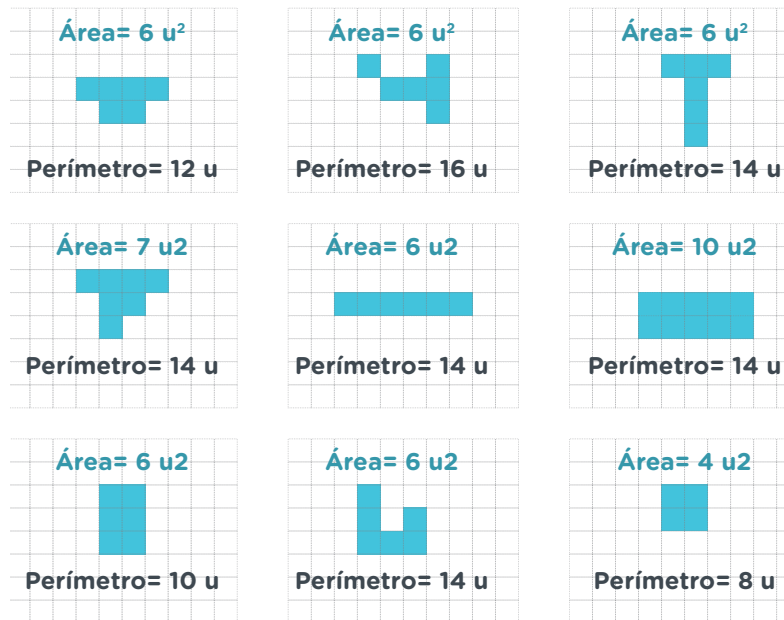
En otros momentos, pueden presentarse problemas como tipos de conos con combinación de sabores y de empaques, tipos de alimento con diferentes tipos de empaque.

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

**M**edir longitudes o superficies no consiste solamente en calcular perímetros o áreas a partir de fórmulas. Promueva aproximaciones para comparar superficies como sobreponer, descomponer o recubrir (p. ej., rellenar la superficie del piso del salón con baldosas cuadradas, que serán la unidad de medida). Si la unidad de medida no cabe un número exacto de veces, es el momento propicio para discutir cómo encontrar una nueva unidad de medida que sea menor y cómo se expresará el valor de la medida con la nueva unidad (submúltiplo). (DBA 4)

A partir de la medición simultánea de la longitud y la superficie de algunas formas planas, se encuentran relaciones entre estas **magnitudes**. Conviene entonces proponer ejemplos en los que dos figuras planas diferentes con el mismo perímetro e igual área, igual perímetro y diferente área o igual área e igual perímetro para que los estudiantes describan sus condiciones. (DBA 4)



Las comparaciones directas entre medidas de objetos diferentes (es tan pesado como una libra de arroz, le cabe tanto líquido como a un balde, ocupa el mismo volumen que una barra de plastilina, dura tanto como esta canción) se constituyen en una base intuitiva que los estudiantes usarán para estimar medidas. Progresivamente, estiman las medidas de objetos sin compararlos directamente, pero en presencia de ellos, p.ej., que encuentren en el salón un objeto tan pesado como un libro determinado. La estimación de alguna medida de un objeto en su ausencia se favorece con preguntas como ¿la mesa del salón será más alta que la nevera de la casa?, para luego iniciar el proceso de comparación mediante el uso de unidades de medida convencionales, p.ej., ¿con cuántos dados (de seis caras) crees que puede llenarse esta caja? (DBA 5)

Los estudiantes inicialmente pueden utilizar solo una propiedad geométrica en las descripciones de los objetos y sus elementos; para complejizarlas, se sugiere incluir un mayor número de propiedades como número de lados, formas de las caras laterales y las bases, medidas de los ángulos, relaciones de perpendicularidad o paralelismo, etc. También es importante que puedan representar los objetos que han sido descritos por sus compañeros. (DBA 6)

Utilizar propiedades geométricas para describir y comparar dos o más formas en dos o tres dimensiones, tales como tener dos lados paralelos o tener cuatro caras triangulares, permite que los estudiantes vayan desarrollando habilidades de visualización para clasificar formas planas y sólidas de acuerdo con criterios basados en sus propiedades. Es importante el uso de criterios de clasificación cada vez más generales, como clasificar polígonos por el número de lados (cuadriláteros), y luego combinar propiedades que incluyan condiciones, como la perpendicularidad y el paralelismo entre sus lados. (DBA 6)

La familiaridad con transformaciones en el plano a través de la descripción de diseños de cenefa, enchapes de pisos, paredes o vitrales en las que formas geométricas tienen **movimientos**,<sup>9</sup> (traslación, rotación, reflexión), posibilita el reconocimiento de que con esos movimientos la forma no cambia. (DBA 7)

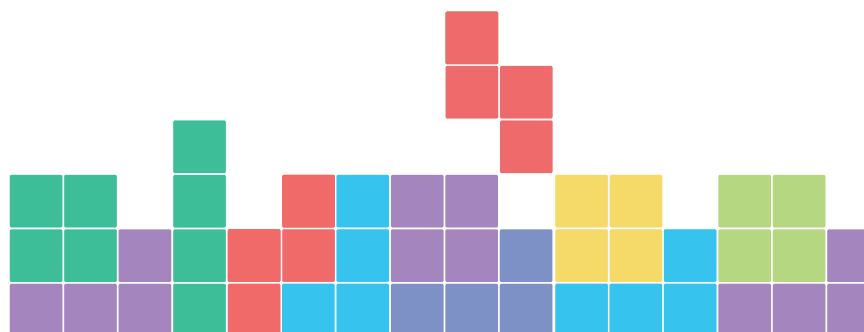
## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden promoverse situaciones en las que los estudiantes:

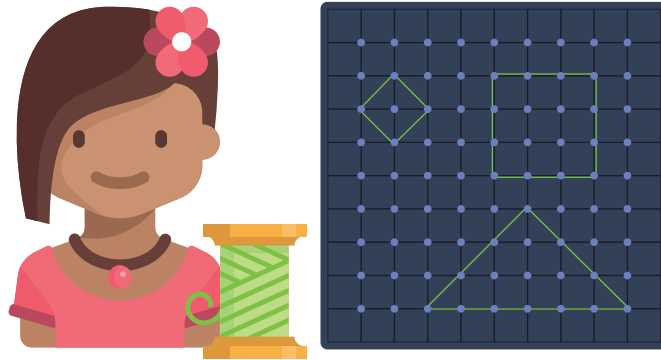
- A** Resuelvan problemas de medición y estimación de intervalos de tiempo, volúmenes, **peso**, de objetos, entre otras magnitudes. Comparen superficies de formas geométricas regulares e irregulares con procedimientos como sobreponer y descomponer, además de que encuentren el área contando el número de unidades (baldosas, hojas de papel, etc.) que recubren la superficie.
- B** Completen patrones de movimiento, representen y describan la ubicación y los desplazamientos en un mapa, identifiquen la posición de un objeto en relación consigo mismo y con otro objeto mediante el uso de expresiones verbales y representaciones gráficas.
- C** Dibujen, construyan y recubran caras de objetos, los calquen, comparen y bordeen con cintas e hilos para que los estudiantes diferencien las **magnitudes**, perímetro, como el *contorno de una figura*, y el área, como la medida de la *superficie delimitada por el contorno*.

**D** Elaboren moldes para construir cajas de unas condiciones de forma y tamaño dadas. Construyan cajas o empaques para estimar las dimensiones del objeto por empacar, identifiquen unidades de medida acordes con las dimensiones del objeto, construyan cajas de prueba donde el objeto se acomode sin que sobre espacio y grafiquen o elaboren modelos del objeto y las cajas (bidimensionales y tridimensionales).

**E** Reconocen traslaciones, rotaciones (ángulos de un cuarto, medio y un giro) y reflexiones de formas planas en situaciones como la descripción y construcción de diseños, edición de imágenes en *Power Point* y juegos como el Tetris.



- F** Para comparar áreas y perímetros, puede utilizarse el geoplano (se puede construir a partir de tablas y puntillas, usando bandas elásticas o lana).



En el geoplano los estudiantes pueden identificar y representar distintas figura que tengan diferentes áreas y puedan ser rodeadas con la misma cantidad de lana; es decir, que tengan el mismo perímetro. Es importante acordar una unidad (p. ej., un cuadrado, un rectángulo formado por dos cuadrados o un cuadrado formado por cuatro cuadrados) para medir el área de las figuras más representadas. Es posible plantear preguntas como:

- ¿Cuántas unidades de área tiene la figura con mayor área que puede construirse?
- ¿Cuántas unidades de área tiene la figura con menor área que puede construirse?
- ¿Es posible construir dos figuras que tengan la misma cantidad de unidades de área y que hayan empleado la misma cantidad de cuerda?
- ¿Cuál es la menor cantidad de lana que se necesita para rodear una figura con un área determinada?

Y cambiar las unidades con las que se calcula el área para promover discusiones sobre la medición e identificar estrategias para determinar el área con distintas unidades.

Identifique las estrategias usadas por los estudiantes para construir figuras distintas con la misma cantidad de lana. Unas figuras serán rectangulares y otras cuadriláteros cualesquiera (p. ej. trapecio o paralelogramo). Observe si para dar la medida del área además del conteo de unidades, los estudiantes empiezan a introducir procedimientos basados en la multiplicación.

Invite a reconocer que los diseños tejidos en artesanías o mochilas, además de representar elementos culturales de algunas comunidades del país, contienen formas y movimientos que pueden ser objeto de estudio para analizar y ampliar las interpretaciones de las formas. Este ejercicio, además de invitar a los estudiantes a reconocer figuras en su cotidianidad, es un pretexto para poner sobre la mesa la diversidad cultural de Colombia.



# Sobre los Pensamientos aleatorio y estadístico

---

En el grado tercero, se continúa la formulación de preguntas que requieren la recolección, organización, representación y análisis de datos. Se favorece el estudio de **variables cualitativas<sub>4</sub>** ordinales. Los estudiantes podrán describir el comportamiento de los datos mediante tablas de conteo, **pictogramas<sub>3</sub>**, con escala y sin ella, gráficas de puntos y de barras simples; podrán formular conclusiones apoyadas en la interpretación de los datos. Reconocen la variabilidad de los datos en razón de que los individuos o las poblaciones que participan en el estudio son diferentes. En este grado, como en los anteriores, continuarán participando en **ciclos de investigación<sub>8</sub>** para desarrollar su razonamiento estadístico. (DBA 10)



Se tienen experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cualitativos, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales (poblacionales) y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Reconocen la variación en los gráficos de barras y **pictogramas<sub>3</sub>** de manera intuitiva, analizan las diferencias entre los valores que toma una variable en estudio y son capaces de reconocer los elementos fundamentales que debe tener una gráfica de barras, un pictograma y una tabla de frecuencias para su lectura e interpretación. (DBA 10)

En la fase de organización y análisis de los datos, se busca que los estudiantes elaboren tablas de frecuencia y gráficos de barras para representar de manera organizada la información. Para la elaboración del gráfico de barras, es importante que los estudiantes reconozcan que esta representación permite describir el comportamiento de los datos; p. ej., identificar el dato que más se repite, el que menos se observa, así como datos que tengan la misma frecuencia.

Para que se identifiquen las características de un diagrama de barras, se requiere:

Diferenciar, de acuerdo con la posición (horizontal o vertical) de las barras, el eje en el que se representan los valores de la **variable cualitativa<sub>4</sub>** (ordenados en caso de ser ordinal) y el eje en el que se representan las frecuencias absolutas (el número de veces que aparece el valor de una variable) como valores en una recta numérica.

- Escoger adecuadamente la escala para la recta numérica, la cual deberá ser proporcional a los valores de las frecuencias absolutas.
- Las alturas de las barras (rectángulos) han de ser proporcionales a la frecuencia absoluta de los valores de la variable.
- Las barras tienen el mismo ancho y la misma distancia entre cada una de ellas. (DBA 10)

Se cuantifica la probabilidad de un suceso asignando grados de ocurrencia en una escala definida; p. ej., si se tiene una pecera con peces de colores, es imposible, menos posible, igualmente posible, más posible o seguro que se encuentren peces de color azul o rojo. (DBA 11)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Para el grado tercero, las situaciones que los estudiantes pueden abordar son aquellas en las que:

- A** Se estudien características de ellos mismos o de su entorno cercano para responder preguntas en las que las variables en estudio sean cualitativas ordinales: grado de satisfacción (leve, moderado, alto), medallas de una prueba deportiva (oro, plata, bronce), etc.
- B** Por medio del diseño de ruletas de colores, se indague, p. ej., ¿en la ruleta 2 o 3 cuál color tiene mayor posibilidad de salir? ¿Es posible que en la ruleta 1 salga el color rojo? ¿Es menos posible que en la ruleta 3 salga el color rojo?



Una situación que es posible abordar en este grado es la siguiente: el profesor comenta a los estudiantes que en una noticia del periódico local se preguntó a los funcionarios de una empresa sobre la frecuencia con la que realizan deporte en la semana.

Los resultados encontrados se presentan en la siguiente tabla:

POSIBILIDAD	CANTIDAD DE PERSONAS
Muchas veces	5
A veces	18
Pocas veces	9
Nunca	10

Se promueve que los estudiantes realicen esta misma encuesta en el curso y propongan estrategias para el análisis y presentación de los datos.

Una vez recolectada la información, la discusión girará en torno a las formas de organizarla y presentarla. Se puede utilizar un **pictograma**, o un diagrama de barras para representar la información.

Favorezca representaciones en papel cuadriculado comenzando sin escala (1 a 1), luego con escala (2 a 2, 5 a 5 y así progresivamente) para ayudar a los estudiantes que presentan dificultades en la realización de gráficos de barras con escalas.

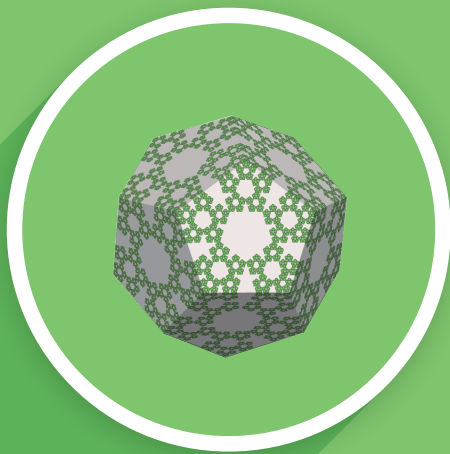


Observe si los estudiantes logran relacionar los resultados del estudio del periódico con el realizado en el curso (p. ej., establecer cuál de los dos grupos hace más deporte en la semana). En caso de ser necesario, oriente a los estudiantes para que comparen las semejanzas y diferencias en el comportamiento de los dos grupos (los funcionarios y los estudiantes).



Para finalizar la actividad y abordar el tema de la probabilidad, puede preguntarse: si se realiza este mismo estudio en otros cursos de la primaria, ¿es muy posible, algo posible o es imposible que se encuentre el mismo número de estudiantes que responden muchas veces en la encuesta? ¿Es muy posible, poco posible o imposible que todos los estudiantes respondan que nunca realizan deporte? Preguntas que conducen a valorar cualitativamente la posibilidad de ocurrencia de sucesos.

DOCUMENTO PILOTO



# MATEMÁTICAS

## GRADO 4°

DOCUMENTO PILOTO

MALLAS DE APRENDIZAJE

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 4°

### Se espera que los estudiantes lleguen a grado cuarto con comprensiones sobre

- ✓ La numeración más allá de 10.000. Manejen tanto los algoritmos estandarizados de las operaciones de suma y resta como procedimientos de cálculo de multiplicaciones y divisiones de un número por otro de una cifra basados en descomposiciones **aditivas y aditivas-multiplicativas**<sub>11</sub>.

Resolución de problemas de suma (**directos e inversos**<sub>13</sub> de una y dos **etapas**<sub>14</sub>) y variados significados de la multiplicación y división (**arreglos rectangulares y operadores multiplicativos**)<sub>15</sub>.

Descripción y análisis de situaciones de variación y otras que suponen el uso de cantidades no conocidas.

- ✓ La medición de áreas y perímetros de formas planas, en particular de cuadriláteros; comparaciones de superficies mediante procedimientos geométricos como recubrir o descomponer. Resolución de problemas que requieren la estimación y medición de **magnitudes**<sub>5</sub> como capacidad, volumen, área y tiempo.

Los elementos y propiedades de las formas en dos y tres dimensiones, así como la resolución de problemas relacionados con la posición y con **transformaciones**<sub>19</sub> de formas geométricas.

- ✓ La recolección, organización, representación y análisis de datos, así como el estudio inicial de datos cuando se refieren a **variables cualitativas**<sub>4</sub> ordinales, la determinación de la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y la cuantificación en una escala cualitativa.

### Durante grado cuarto, se espera que los estudiantes:

- ✓ Consoliden sus comprensiones sobre el carácter decimal y posicional del sistema de numeración y manejen comprensivamente los algoritmos estandarizados de la multiplicación y división.

Amplíen los significados de los números naturales y **fraccionarios**<sub>18</sub> (en particular como razón y como cociente) en sus representaciones fraccionaria y decimal y comuniquen sus comprensiones y usos correspondientes con los contextos involucrados.

Describan fenómenos de **variación entre dos magnitudes**<sub>2</sub> mediante representaciones en tablas.

- ✓ Identifiquen, caractericen y comparen **atributos**<sub>7</sub> como densidad, viscosidad, rapidez, temperatura, dureza, entre otros. Además, elijan **instrumentos y unidades**<sub>9</sub> para medir y estimar magnitudes como capacidad, masa, longitud, área, volumen, peso, entre otras.

Describan y representen figuras en dos y tres dimensiones, relaciones entre ellas e identifiquen **transformaciones**<sub>19</sub> (de rotación, de traslación, de simetría, que den lugar a semejanzas) realizadas a formas planas.

- ✓ Tengan experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cuando se refieren a **variables cualitativas**<sub>4</sub> (nominales u ordinales), así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Diferencien **situaciones determinísticas de situaciones aleatorias**<sub>20</sub>.

# MAPA DE RELACIONES

## CONVENCIONES:



Grado



Categoría organizadora



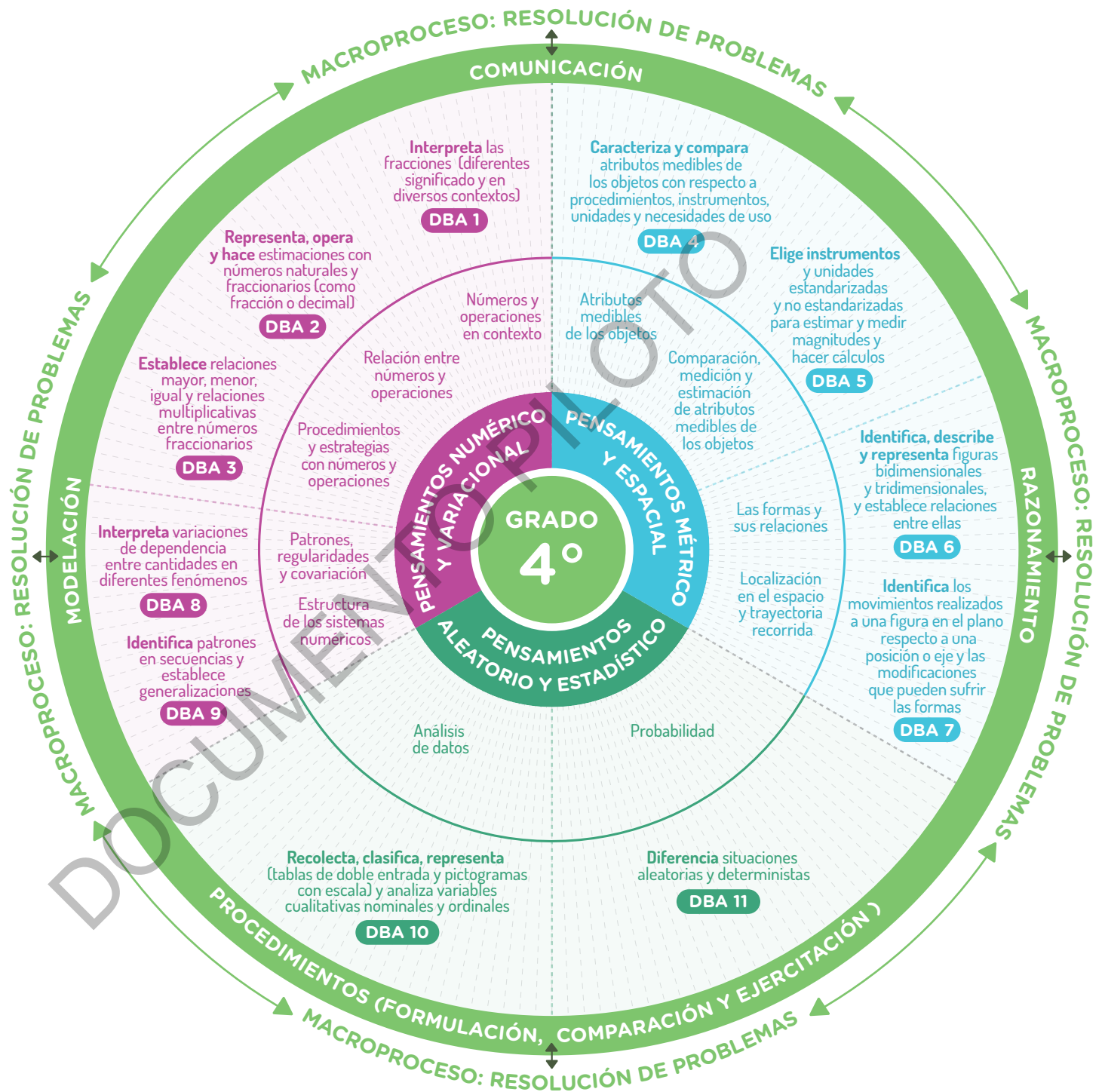
Ejes de progresión



Acciones asociadas a los DBA



Procesos





# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Numérico

### GRADO 3°

Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

### GRADO 4°

**DBA 1**

**Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Describe** situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.
- **Reconoce** situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas tienen en los cambios de la otra y a partir de este comportamiento determina la razón entre ellas.

### GRADO 5°

Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

**DBA 2**

**Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** el sistema de numeración decimal para representar, comparar y operar con números mayores o iguales a 10.000.
- **Describe y desarrolla** estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas.
- **Utiliza y justifica** algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tengan denominador 10, 100, etc.
- **Identifica y construye** fracciones equivalentes a una fracción dada.
- **Propone** estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.

Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.

## Pensamiento Numérico

### GRADO 3°

Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

### GRADO 4°

**DBA  
3**

Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Construye y utiliza** representaciones pictóricas para comparar números racionales (como fracción o decimales).
- **Establece, justifica y utiliza** criterios para comparar fracciones y decimales.
- **Construye y compara** expresiones numéricas que contienen decimales y fracciones.

### GRADO 5°

Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones.

DOCUMENTO PILOTO

## Pensamiento Variacional

### GRADO 3°

Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.

### GRADO 4°

**DBA  
8**

Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Realiza** cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- **Propone** patrones de comportamiento numérico.
- **Trabaja** sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

### GRADO 5°

Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.

**DBA  
9**

Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Comunica** en forma verbal y pictórica las regularidades observadas en una secuencia.
- **Establece** diferentes estrategias para calcular los siguientes elementos en una secuencia.
- **Conjetura y argumenta** un valor futuro en una secuencia aritmética o geométrica (por ejemplo, en una secuencia de figuras predecir la posición 10, 20 o 100)

Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.

Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.

## Pensamiento Métrico

### GRADO 3°

Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros)

### GRADO 4°

**DBA  
4**

Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición y de las necesidades a las que responden.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** que para medir la capacidad y la masa se hacen comparaciones con la capacidad de recipientes de diferentes tamaños y con paquetes de diferentes masas, respectivamente (litros, centilitros, galón, botella, etc., para capacidad; gramos, kilogramos, libras, arrobas, etc. para masa.)
- **Diferencia** los atributos medibles como capacidad, masa, volumen, entre otros, a partir de los procedimientos e instrumentos empleados para medirlos y los usos de cada uno en la solución de problemas.
- **Identifica** unidades e instrumentos para medir masa y capacidad, y establece relaciones entre ellos.
- **Describe** procesos para medir capacidades de un recipiente o el peso de un objeto o producto.
- **Argumenta** sobre la importancia y necesidad de medir algunas magnitudes como densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad, etc.

### GRADO 5°

Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

## Pensamiento Métrico

### GRADO 3°

Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

### GRADO 4°

DBA  
5

Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Expresa** una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma decisiones sobre la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.
- **Propone** diferentes procedimientos para realizar cálculos (suma y resta de medidas, multiplicación y división de una medida y un número) que aparecen al resolver problemas en diferentes contextos.
- **Emplea** las relaciones de proporcionalidad directa e inversa para resolver diversas situaciones.
- **Propone y explica** procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, masa, etc.

### GRADO 5°

Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

## Pensamiento Espacial

### GRADO 3°

Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.

### GRADO 4°

**DBA  
6**

Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y tridimensionales y establece relaciones entre ellas.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Arma, desarma y crea** formas bidimensionales y tridimensionales.
- **Reconoce** entre un conjunto de desarrollos planos, los que corresponden a determinados sólidos atendiendo a las relaciones entre la posición de las diferentes caras y aristas.

### GRADO 5°

Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.

**DBA  
7**

Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Aplica** movimientos a figuras en el plano.
- **Diferencia** los efectos de la ampliación y la reducción.
- **Elabora** argumentos referentes a las modificaciones que sufre una imagen al ampliarla o reducirla.
- **Representa** elementos del entorno que sufren modificaciones en su forma.

Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.

## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 3°

Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras o pictogramas con escala para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

### GRADO 4°

**DBA 10**

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Elabora** encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder una pregunta.
- **Construye** tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala.
- **Lee e interpreta** los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala.
- **Encuentra e interpreta** la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.

### GRADO 5°

Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

**DBA 11**

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- **Enuncia** diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.
- **Usa** adecuadamente expresiones como azar o posibilidad, aleatoriedad, determinístico.
- **Anticipa** los posibles resultados de una situación aleatoria.

Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

### GRADO 5°

**DBA 12:** Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.



# CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

La comprensión del valor posicional (p. ej., el valor de 5 puede ser 50 si representa decenas, 5 grupos de 10, o 500 si representa centenas, 5 grupos de 100) requiere extender la composición de dos unidades contiguas p. ej.:

- entender que 1 centena son 100 unidades, porque 1 centena son 10 decenas y 1 decena son 10 unidades, y
- comprender que 1 unidad de mil equivale a  $10 \times 10 \times 10 = 1.000$  unidades, porque 1 unidad de mil son 10 centenas; 1 centena, 10 decenas y 1 decena, 10 unidades).

Estos hechos se relacionan con equivalencias en el **Sistema Métrico Decimal**<sub>24</sub> (p. ej., 1 decámetro son  $10 \times 10 \times 10 = 1.000$  centímetros) (DBA 2): Al comienzo estas composiciones sucesivas no son fáciles para los estudiantes, por eso hay que apoyarlos para que extiendan las que hacen al componer dos unidades ( $10 \times 10$ ) a tres o más ( $10 \times 10 \times 10$ , ...)

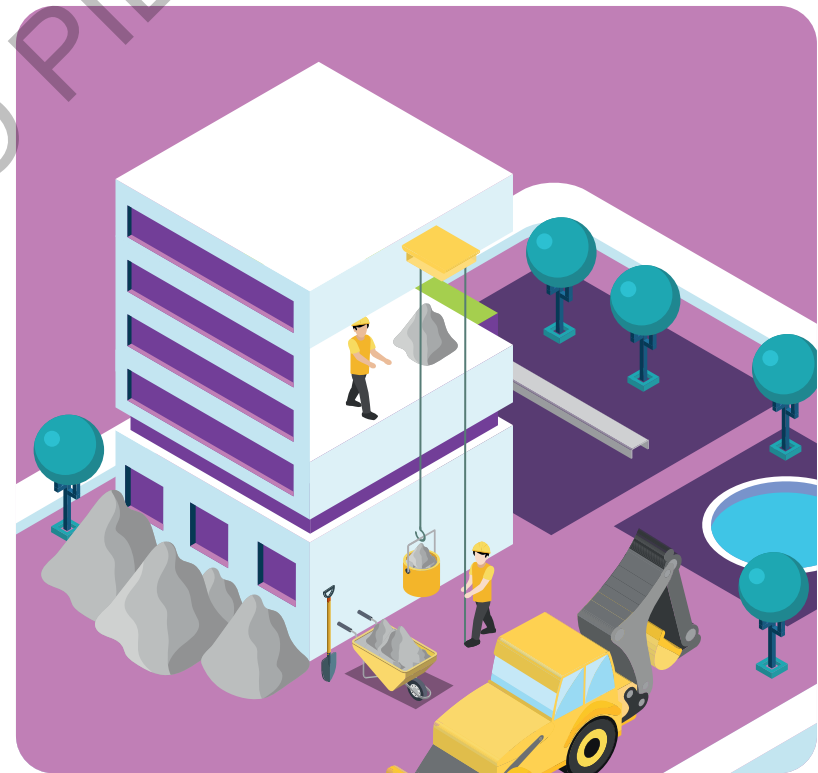
La resolución de problemas de **tres o más etapas**<sub>17</sub>, que involucran las operaciones aritméticas básicas, además de los **pensamientos aditivos y multiplicativos**<sub>6</sub>, que se han ido consolidando requieren ganar experiencia para hacerse a métodos más sistemáticos de resolución (p. ej., ir hacia atrás y descomponer el problema en fases o etapas).

Estos métodos no se aprenden como simples pasos a seguir; más bien, se construyen con la experiencia. Por eso, es importante promover conversaciones en los estudiantes sobre los diferentes caminos que siguen al resolver problemas, apoyarlos para que identifiquen semejanzas y diferencias y orientarlos para continuar los procedimientos de otro, ya que esto amplía sus comprensiones. (DBA 2)

Hacerse al significado de los **fraccionarios como razón**<sup>18</sup> es más que transformar la escritura  $a : b$  en la fracción  $\frac{a}{b}$  (p. ej., la expresión por cada 3 mangos maduros que hay en una caja, se encuentran 5 verdes se transforma en la cantidad de mangos maduros corresponde a  $\frac{3}{5}$  de la cantidad de verdes), lo cual supone la comprensión de las **relaciones multiplicativas asociadas a la razón  $a:b$** <sup>21</sup> (DBA 1).

La equivalencia de fraccionarios no se reduce a la aplicación de un procedimiento para comprobarla o para generar fracciones equivalentes (simplificar y amplificar), por lo que conviene orientar a los estudiantes para que por medio de diferentes procedimientos comprendan el sentido de la **equivalencia**<sup>22</sup>. El pensamiento implicado en esta idea es complejo, por eso hay que apoyar a los estudiantes con acciones concretas como las presentadas en las situaciones de aprendizaje y, sobre todo, entender que es en grado cuarto cuando se los introduce en el tema. (DBA 2)

Los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional cuando en situaciones de variación reconocen, describen y cuantifican cantidades cambiantes, variaciones que pueden representarse en tablas. P. ej., para subir la arena, un albañil utiliza el mecanismo de la figura; el albañil hala el lazo hasta ponerlo a la altura del otro albañil que está en el segundo piso. ¿Qué pasa con la distancia del balde a la polea a medida que sube? ¿Qué pasa cuando el balde baja? (DBA 8)



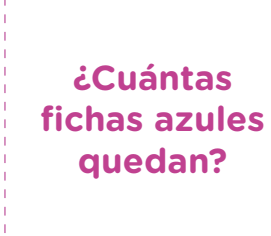
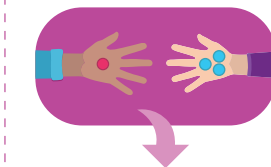
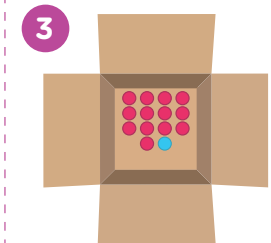
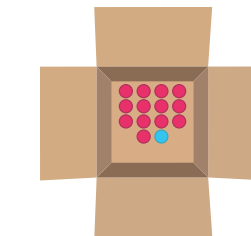
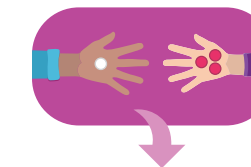
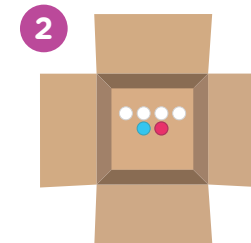
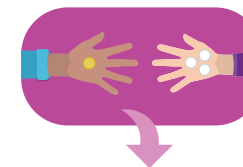
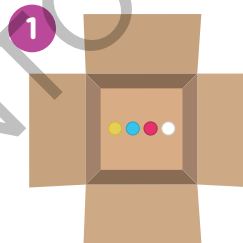
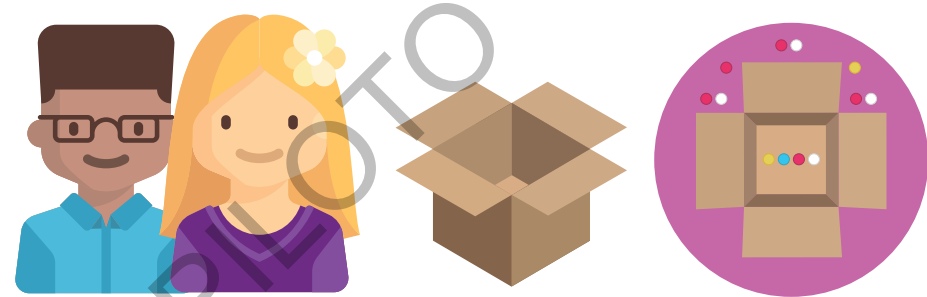
## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

**A** Hagan repartos de dinero, con énfasis en cantidades representadas por números con ceros intermedios (p. ej. repartir \$3.076 entre 5)

**B** Realicen juegos que supongan cambios sucesivos entre diferentes unidades. P. ej., por grupos y desde cierta distancia se lanzan 12 tapas de colores diferentes (P. ej, 2 amarillas, 4 blancas, 5 rojas y 1 azul) para intentar meterlas en una caja. Las tapas de color amarillo, blanco, rojo y azul que caigan dentro de la caja se cambian según las reglas siguientes:

- Cada tapa de color amarillo se cambia por 3 de color blanco (puede ser otro valor que se convenga).
- Cada una de las tapas de color blanco por 3 de color rojo y las rojas por 3 de color azul.
- El valor del cambio se mantiene de un color a otro hasta que no se convenga otro.
- El ganador es aquel que al hacer los cambios obtenga más tapas de color azul, teniendo en cuenta que los jugadores pierden las tapas que queden fuera de la caja.



**¿Cuántas fichas azules quedan?**

Asegúrese de construir, en conjunto con sus estudiantes, las reglas del juego que se consideren necesarias para el buen desarrollo de la actividad. Contemple aspectos como: respetar los turnos, reconocer que a veces se gana y a veces se pierde, el nivel de ruido en el aula, las palabras que se usan, entre otros, que favorezcan un ambiente de aprendizaje adecuado.



Este juego da lugar a preguntas como:

- ¿Cuántas tapas azules se obtienen con 2 amarillas, 4 blancas, 5 rojas y 3 azules, si los cambios entre tapas se hacen de 4 en 4?,
- ¿Cuántas tapas de cada color se tenían si después de hacer los cambios se obtuvieron 27 tapas azules y estos se efectuaron de 2 en 2? Explorar si hay varias soluciones.

Para relacionar esta situación con el pensamiento métrico, puede establecerse analogías relativas a problemas con expresiones compuestas de medidas de longitud, peso o capacidad, (P. ej. expresar 300 metros, 400 decímetros y 500 centímetros como 345 metros).

- C** Lleven a cabo acciones que ayuden a construir sentido de la **equivalencia de fraccionarios**<sub>22</sub> como:
- Tomar una misma unidad (p. ej., el área de una hoja de papel o cierta cantidad de agua) y verificar que los  $\frac{2}{3}$  de esa cantidad coinciden con  $\frac{4}{6}$ , o con  $\frac{6}{9}$ , y buscar una explicación de tal igualdad.

- Comparar el efecto que se produce sobre un número o una medida cuando se realizan transformaciones equivalentes (p. ej. al multiplicar por 3 y luego dividir por 6, se tiene el mismo efecto que multiplicar por 12 y luego dividir por 24). Se busca que los estudiantes establezcan que en cada caso es la mitad, porque se divide por un número que es el doble del que multiplica. Orientar a los estudiantes para que den razones y explicaciones.



Oriente a los estudiantes que tengan dificultad para anticipar el efecto final sobre un número o cantidad producido por una multiplicación (p. ej., multiplicar por 4) seguida de una división (p. ej., dividir por 12). Para ello ilustre la situación con piolas, hojas o colecciones de tapas; pídale que apliquen a estos objetos los dos operadores uno después del otro y comparen el resultado final con lo inicial, y oriéntelos para que puedan entender el efecto resultante (finalmente se divide por 3) a partir de aplicar los dos operadores.

- D** Proponer situaciones de preparación de recetas (lo ideal es prepararlas). Se formulan preguntas como ¿qué cantidad de ingredientes requiere comprarse? ¿Cuánto dinero se necesita? ¿Cuánto debe aportar cada uno? También puede pedirse que llenen tablas en las que haya variaciones por el número de personas y los ingredientes de la receta, de tal manera que tenga la misma concentración y el mismo sabor.

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

El conocimiento de las **magnitudes<sub>5</sub>**, sus características, los **instrumentos y las unidades<sub>10</sub>** adecuadas para medirlas son un recurso útil para explorar el mundo a través de la medición. Las situaciones para experimentar con magnitudes como la dureza (una piedra y un vaso de cristal), la viscosidad (la miel y el agua), la maleabilidad (el oro y la madera), etc. sirven como pretexto para que se relacionen algunas de estas con sus usos en el arte, la arquitectura, la culinaria, etc. y se conozcan nuevos **instrumentos y unidades<sub>10</sub>** estandarizados y no estandarizados pertinentes. (DBA 4 y 5)

Las medidas estandarizadas son utilizadas en gran variedad de contextos que son familiares para el estudiante. Leer las cantidades de los ingredientes para hacer recetas, entender la información de los paquetes de los comestibles o los artículos de aseo, comprender la información sobre las características de un celular son contextos para conocer el significado de cada una de las **unidades<sub>10</sub>** utilizadas (kilogramos, cucharadas, calorías,  $\text{cm}^3$ , bits, entre otras). Es importante enfatizar las características y los usos de las **unidades estandarizadas<sub>10</sub>** y las equivalencias entre ellas. (DBA 5)

El uso de **instrumentos**<sub>10</sub> de medida, como la regla graduada, el compás y el transportador, así como el de recursos, como el geoplano, el papel cuadriculado o los programas de geometría dinámica o software no especializado (p. ej. *Power Point*), es importante tanto para realizar representaciones o reproducciones de las formas planas o de las formas sólidas y sus **desarrollos en el plano**<sub>23</sub> como para la representación de la localización de personas u objetos en un plano cartesiano y la introducción de la medida de ángulos con unidades estandarizadas. (DBA 5 y 6).

En los grados anteriores, el trabajo con las formas y sus elementos ha privilegiado una mirada cualitativa. Ahora bien, introducir la medida y el movimiento de las formas en el plano requiere que se centre la atención en cómo varían o permanecen constantes las medidas de algunos elementos y las propiedades después de que se trasladan, se rotan o se amplían o reducen.

P.ej., al rotar un paralelogramo, se conservan la longitud de los lados, de las diagonales, de las alturas, la medida de los ángulos, el perímetro, el área, las relaciones de paralelismo, etc. y lo único que se modifica es la orientación. (DBA 7)

La composición y descomposición de formas, especialmente de aquellas que producen arreglos rectangulares, son una base para el desarrollo de diferentes estrategias para encontrar el área o el volumen de diversas figuras. P. ej., para calcular el área de una figura en forma de L, se descompone en rectángulos y estos, a su vez, en unidades cuadradas. La experiencia con **problemas de multiplicación (arreglos rectangulares)**<sub>15</sub> les permite encontrar tanto el área de la forma rectangular como la multiplicación de la longitud de los lados. El cálculo del volumen de sólidos se desarrolla de manera similar. Es importante enfatizar el tipo de unidades: cuadradas o cúbicas. (DBA 6)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

- A** Indaguen y solucionen preguntas como ¿cuáles son las dimensiones (tamaño) de un objeto o conjunto de objetos? ¿Cómo cambian ciertos atributos como consecuencia de **movimientos o transformaciones**<sub>19</sub> de los objetos? ¿Cómo se pueden descomponer o recomponer figuras en dos dimensiones? ¿Cuál es la localización de ciertos objetos? o ¿Cuál es la duración de cierto evento?
- B** Identifiquen propiedades de formas en dos y tres dimensiones, según sus lados o forma de sus caras, para construir objetos de tres dimensiones a partir de representaciones como **desarrollos**<sub>23</sub> y objetos planos teniendo en cuenta vistas de formas sólidas.
- C** Comparen las medidas de figuras en dos y tres dimensiones para construir nuevas formas en las que se conserven las medidas originales o se amplíen o reduzcan según el factor escalar definido. Por ejemplo, ampliar o reducir un dibujo a través de una cuadrícula.
- D** Realicen, representen y predigan resultados de la **transformación**<sub>19</sub> de formas en un plano (rotación, traslación o simetría) e identifiquen los efectos que

se producen sobre una figura cuando se les aplican algunas transformaciones (cambia o no la forma, el tamaño, dirección).

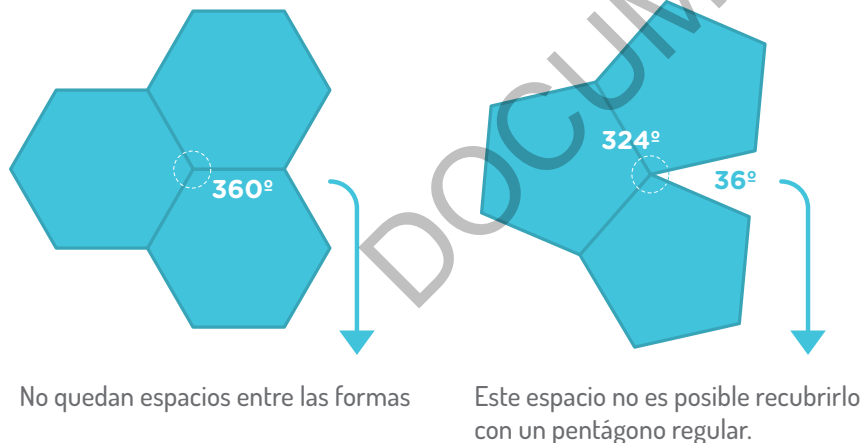
En [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf), se pueden consultar situaciones que involucran tanto las características de las figuras como el estudio de los movimientos en el plano interrelacionados con aspectos numéricos y métricos, puntualmente, la ampliación de las piezas de un juego para niños.

- E** Experimenten con objetos, materiales y sustancias de su entorno para identificar y comparar de forma aproximada y mediante procedimientos basados en la simple percepción y sensación (más que o menos que) **atributos medibles**, como la viscosidad, la rapidez, la temperatura, la dureza, entre otros.
- F** Utilicen procesos de medición directa o indirecta, o instrumentos estandarizados (como cintas métricas, recipientes graduados en litros, grameras, balanzas, etc.) o no estandarizados (cuerdas, palos), para comparar atributos medibles de un mismo objeto o de objetos diferentes. Además, que se identifiquen múltiplos y submúltiplos de algunas unidades de medida para iniciar la comprensión de un **sistema de medición**<sub>24</sub>.

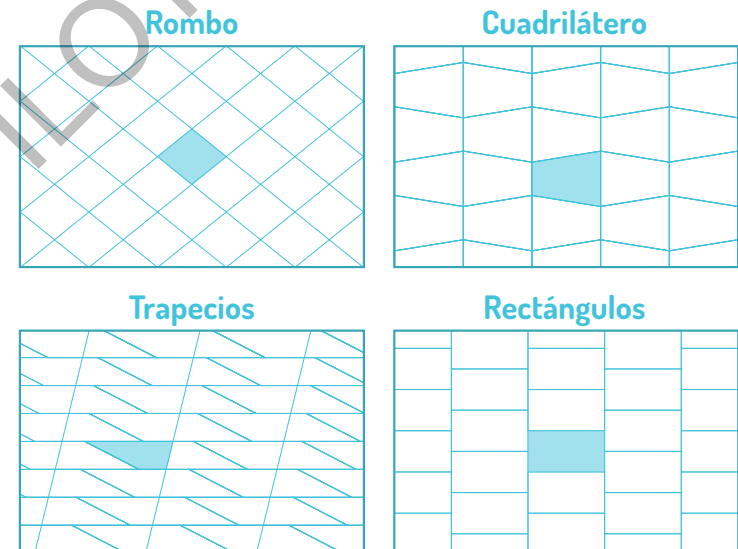


**G** Elaborar **teselados<sub>25</sub>** es una situación rica en aspectos geométricos. Con un pliego de cartulina y formas geométricas diferentes (de papel), proponga su construcción, considerando con cuáles figuras son posibles realizarlos según las propiedades de las formas (lados paralelos, lados de la misma medida, medidas de ángulos, relaciones de inclusión y clasificación de polígonos).

Algunas conclusiones esperadas se relacionan con la identificación de **teselaciones regulares<sub>25</sub>**, en las que la forma elegida cubre completamente el plano, y de **teselaciones semirregulares<sub>25</sub>**, en las que se emplean más de un tipo de formas de polígonos regulares. De acuerdo con la comprensión de medida angular de los estudiantes, es posible concluir que en las teselaciones se cumple que la suma de las medidas de los ángulos alrededor de un punto es de  $360^\circ$  (por ejemplo, un pentágono regular no lo tesela).



Es posible aumentar el nivel de complejidad con preguntas como, para realizar un embaldosado, ¿qué estilo prefieren? ¿Cómo organizarían las baldosas en el diseño? ¿Cómo hacen los cálculos para saber cuántas baldosas necesitan? ¿Se puede diseñar un tipo diferente de baldosas? ¿Esto qué implicaría para la construcción?



Valore las teselaciones de los estudiantes considerando la precisión en los cálculos, el empleo adecuado de herramientas, la indagación por otras posibles teselaciones y los criterios empleados (p. ej. amplitud de los ángulos) para elegir o descartar determinadas figuras a la hora de realizar la teselación.

# Sobre los Pensamientos aleatorio y estadístico

---

Para este grado, los problemas propuestos involucran la comparación de dos o más **variables cualitativas**<sub>4</sub> (nominales u ordinales) de una misma población o de una variable en dos poblaciones diferentes. P. ej., una pregunta estadística puede ser: ¿es necesario que el colegio proponga actividades y servicios diferenciados para los estudiantes de primaria y secundaria?

Debido a que se desarrollan estudios censales, es importante que los estudiantes identifiquen la **población**, y propongan, para la recolección de la información, encuestas que incluyan varias preguntas abiertas o cerradas. P. ej., es posible indagar las diferencias de preferencias, deportes, películas, lecturas, entretenimientos, uso del tiempo libre o el grado de satisfacción o la frecuencia de uso de algún servicio (el grado de satisfacción que tienen los estudiantes con la calidad de los alimentos que se dan en el refrigerio (buena, regular, mala) o la frecuencia de uso de los servicios de enfermería (nunca, una vez a la semana, una vez al mes) entre los estudiantes de primaria y bachillerato.

La recolección de la información estará mediada por la formulación de preguntas, p. ej. ¿cómo se va a encontrar la información que se necesita? ¿Dónde debe buscarse la información? ¿Qué se hará con la información recopilada? Estas preguntas permiten:

- Orientar la formulación del plan.
- Reconocer qué comprensiones han logrado los estudiantes frente a la construcción de un plan dentro del **ciclo investigativo<sub>8</sub>**.
- Tener información sobre cómo plantean preguntas para una encuesta. (DBA 10)

Los estudiantes recolectan datos mediante encuestas o experimentos simples. Reconocen las formas y la variación en los gráficos de barras compuestos o en los gráficos de líneas y diversos **pictogramas<sub>3</sub>**; analizan las diferencias entre las variables en estudio y pueden escribir informes en los que elaboran conclusiones con base en el análisis de patrones o tendencias.

Leen, comprenden y cuestionan estudios estadísticos presentados en los medios de comunicación y rebaten algunos de los procesos de recolección o el uso de algunas representaciones, cuando sea el caso. Reconocen la moda (valor con mayor frecuencia) como una medida que se usa para comparar los subconjuntos de una población o dos poblaciones diferentes. (DBA 10)

Diferencian **situaciones determinísticas de situaciones aleatorias<sub>20</sub>**, para lo cual usan como argumento la posibilidad de definir con certeza o no los resultados antes de que se produzca el evento o suceso. P. ej. en situaciones en las que se les pregunta por la posibilidad de saber qué día sigue al lunes, responden con certeza que es el martes. Pero ante situaciones como saber los resultados de un partido de fútbol que se jugará mañana, contestan que aunque pueden decirse algunos de los posibles resultados solo se sabrá cuando haya terminado el juego. Realizan experimentos simples con dados, ruletas u otros juegos. (DBA 11)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

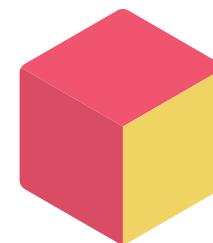
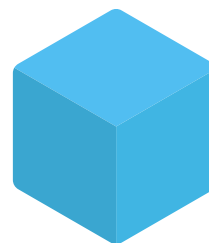
Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

- A** Comparen dos poblaciones respecto a una o dos características específicas, p. ej., estudiantes de dos cursos diferentes, personas de dos barrios distintos, etc. y establezcan las diferencias o semejanzas entre ellas de acuerdo con las características analizadas.
- B** Analicen información presentada en noticias, informes, reportes de juegos, etc. para lo cual valoran la pertinencia de las representaciones utilizadas, del plan de recolección de información y de las conclusiones presentadas.




- C** Argumenten diferencias entre **situaciones determinísticas y aleatorias**<sub>20</sub>. Para ello, puede recurrirse a la experiencia que los estudiantes tienen con catástrofes climáticas, enfermedades que se propagan, etc. que son explicadas en los entornos cotidianos como sucesos debidos a lo incontrolable, lo inesperado o lo inexplicable.

Una situación que permite diferenciar entre situaciones determinísticas y aleatorias es:

Se llevan tres dados al aula: el primero tiene todas sus caras pintadas de color azul; el segundo, cuatro caras pintadas de color rojo y dos caras de color amarillo; y el tercero, seis caras pintadas de diferente color (amarillo, rojo, verde, azul, blanco, morado).



Se plantean tres experimentos:

-  Experimento 1: lanzar 10 veces el primer dado y registrar el resultado.
-  Experimento 2: lanzar 10 veces el segundo dado y registrar el resultado.
-  Experimento 3: lanzar 10 veces el tercer dado y registrar el resultado.

Discuta con los estudiantes sobre las diferentes posibilidades que pueden conseguirse al lanzar cada uno de los dados.

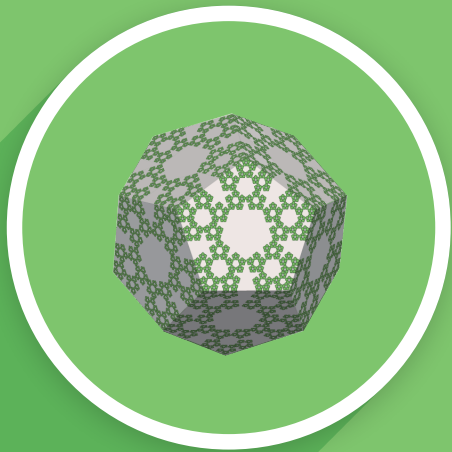
El primer experimento es determinístico, porque solamente existe una posibilidad: obtener cara azul. Los experimentos dos y tres son aleatorios, pues no puede predecirse el resultado debido a que existen varias posibilidades.

Puede afirmarse para el experimento 2 que la posibilidad de que salga rojo es mayor a que salga azul. También es correcto aseverar que en el experimento 3 es igualmente posible que salga cualquier color.

En <https://www.youtube.com/watch?v=STCPV6jjPGw>, se puede consultar una microlección del Programa Todos a Aprender con más actividades para diferenciar situaciones determinísticas de aleatorias.

Monitoree las conversaciones de los estudiantes en el trabajo en grupo, identifique la manera en que acuerdan registrar la información del experimento con los dados, las ideas que argumentan cuál fenómeno es determinístico, cuál es aleatorios y por qué, además de las estrategias que usan para resolver la situación y las preguntas realizadas.

DOCUMENTO PILOTO



# MATEMÁTICAS

## GRADO 5°

DOCUMENTO PILOTO

MALLAS DE APRENDIZAJE

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 5°

**Se espera que los estudiantes lleguen a grado quinto con algunas comprensiones sobre:**

- ✓ El carácter decimal y posicional del sistema de numeración y el manejo comprensivo de los algoritmos estandarizados de la suma, resta, multiplicación y división. Se espera que extiendan estas comprensiones para establecer equivalencias entre diferentes unidades y para realizar cálculos con expresiones de medidas que involucren varias unidades.

Los significados de los números naturales y fraccionarios en sus representaciones fraccionaria y decimal.

La resolución de problemas sencillos de **variación directamente proporcional**<sup>26</sup>, mediante métodos intuitivos.

- ✓ La identificación, caracterización y comparación de atributos como densidad, viscosidad, rapidez, temperatura, dureza, entre otros. Además que elijan instrumentos y unidades para medir y estimar magnitudes como capacidad, masa, longitud, área, volumen, peso, entre otras.

Representaciones de figuras en dos y tres dimensiones y relaciones entre ellas, además de la identificación de **movimientos y transformaciones**<sup>19</sup> (rotación, traslación, simetría, homotecia) realizadas a formas planas.

- ✓ La recolección, organización y análisis de datos cuando estos se refieren a **variables cualitativas**<sup>4</sup> (nominales u ordinales); sobre el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. De igual forma sobre la diferenciación de **situaciones determinísticas y situaciones aleatorias**<sup>20</sup>.

**Durante grado quinto se espera que los estudiantes:**

- ✓ Consoliden sus comprensiones de los números naturales con sus operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y relaciones (mayor y menor, igual y múltiplo, y divisor); amplíen los significados de los fraccionarios (en sus representaciones de fracción y de decimal y sus relaciones con expresiones en porcentajes), con las operaciones aditivas y multiplicativas y relaciones mayor, menor e igual a partir de sus usos en diferentes contextos. Construyan formas de calcular resultados de operaciones con fraccionarios.



Inicien la comprensión de la potenciación en los números naturales.

Amplíen el estudio de fenómenos de variación, en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y utilicen las propiedades de los sistemas de los números naturales y fraccionarios para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones sencillas.

- ✓ Realicen procesos de medición y estimación de superficies y volúmenes, justifiquen relaciones entre superficies y volúmenes, elijan las unidades apropiadas según la situación y los instrumentos utilizados. Amplíen sus comprensiones sobre relaciones entre variaciones de perímetro y área de una figura, de forma que pueda explicarlas y justificarlas.

- ✓ Describan las características de formas en dos y tres dimensiones en el desarrollo de situaciones de composición y descomposición. Describan posiciones y trayectorias apoyándose en el plano cartesiano.

- ✓ Formulen y resuelvan preguntas estadísticas con las que comparan los datos al interior de un mismo grupo o entre dos o más, expliquen los resultados usando su forma de distribución, medidas de tendencia central y el rango, y algunas de las causas de la variación de los datos (p. ej. diferencias entre los individuos que conforman la población, imprecisión de las medidas). Realicen experimentos aleatorios simples y predigan la probabilidad de ocurrencia de eventos simples.

# MAPA DE RELACIONES

## CONVENCIONES:



Grado



Categoría organizadora



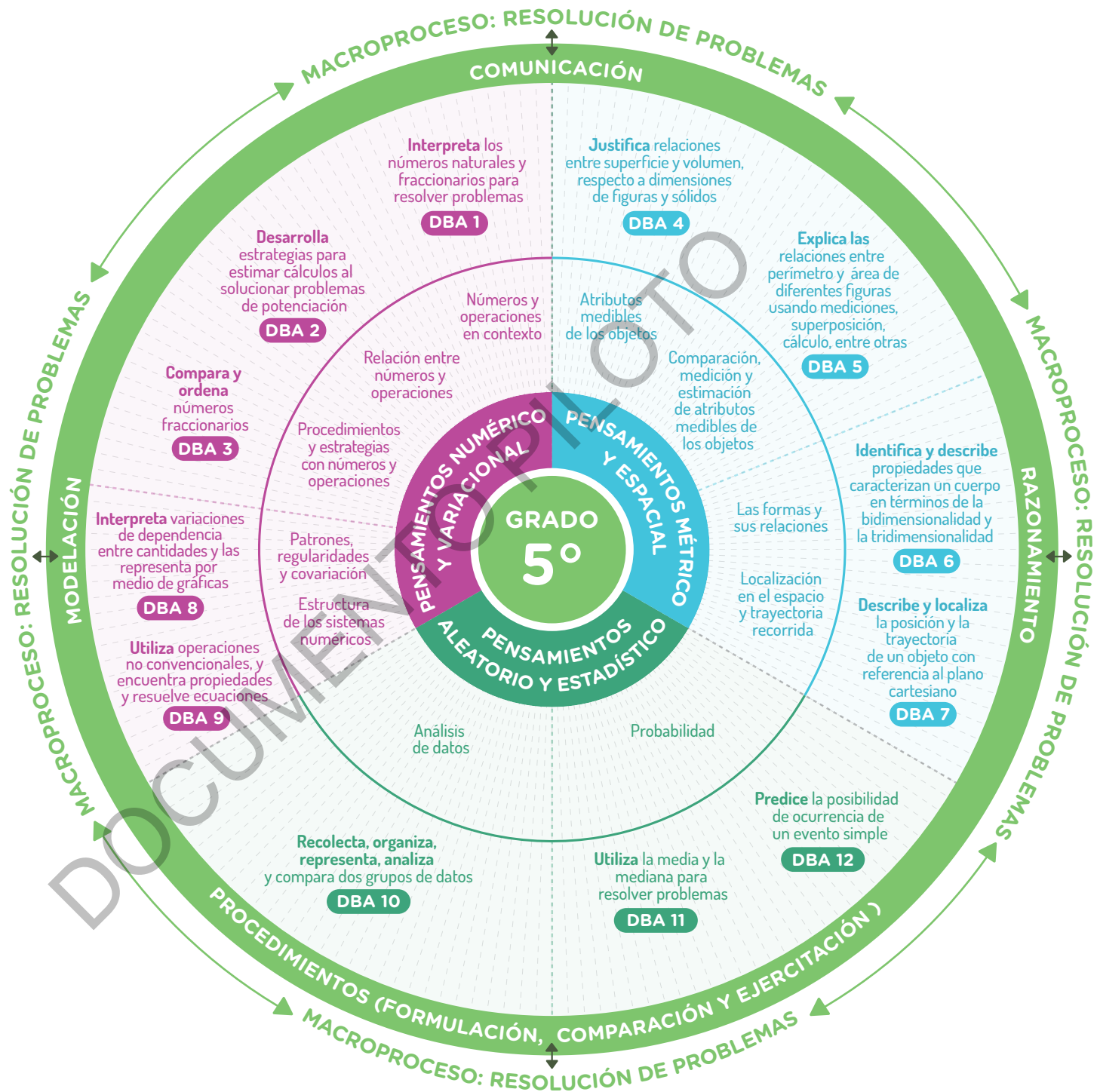
Ejes de progresión



Acciones asociadas a los DBA



Procesos



# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Numérico

### GRADO 4°

Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

### GRADO 5°

**DBA 1**

Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Interpreta** la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- **Interpreta y utiliza** números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- **Determina** las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- **Resuelve** problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

### GRADO 6°

Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).

**DBA 2**

Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** las propiedades de las operaciones con números naturales y racionales (fraccionarios) para justificar algunas estrategias de cálculo o estimación relacionados con áreas de cuadrados y volúmenes de cubos.
- **Descompone** un número en sus factores primos.
- **Identifica y utiliza** las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.
- **Determina y argumenta** acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias.

Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.

## Pensamiento Numérico

### GRADO 4°

Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

### GRADO 5°

**DBA  
3**

**Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Representa** fracciones con la ayuda de la recta numérica.
- **Determina** criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.

### GRADO 6°

Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.

DOCUMENTO PILOTO

## Pensamiento Variacional

GRADO 4°	GRADO 5°	GRADO 6°
<p>Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y las representa por medio de gráficas.</p>	<p><b>DBA 8</b> Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Propone</b> patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamientos gráficos.</li> <li>● <b>Realiza</b> cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.</li> <li>● <b>Trabaja</b> sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.</li> </ul>	<p>Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).</p>
<p>Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</p>	<p><b>DBA 9</b> Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Interpreta y opera</b> con operaciones no convencionales.</li> <li>● <b>Explora y busca</b> propiedades de tales operaciones.</li> <li>● <b>Compara</b> las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales.</li> <li>● <b>Resuelve</b> ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.</li> </ul>	<p>Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.</p>

## Pensamiento Métrico

### GRADO 4°

Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición y de las necesidades a las que responden.

**DBA  
4**

Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Determina** las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- **Mide** superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- **Construye y descompone** figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- **Realiza** estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

### GRADO 6°

Utiliza y explica diferentes estrategias (desarrollo de la forma o plantillas) e instrumentos (regla, compás o software) para la construcción de figuras planas y cuerpos.

**DBA  
5**

Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Compara** diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.
- **Calcula** las medidas de los lados de una figura a partir de su área.
- **Dibuja** figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.
- **Propone** estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.
- **Reconoce** que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.
- **Mide** superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).

Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.

## Pensamiento Espacial

GRADO 4°	GRADO 5°	GRADO 6°
<p>Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y tridimensionales y establece relaciones entre ellas.</p>	<p><b>DBA 6</b> <b>Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Relaciona</b> objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.</li> <li>● <b>Reconoce</b> relaciones intra e interfigurales.</li> <li>● <b>Determina</b> las mediciones reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).</li> <li>● <b>Construye y descompone</b> figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.</li> <li>● <b>Utiliza</b> transformaciones a figuras en el plano para describirlas y calcular sus medidas.</li> </ul>	<p>Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.</p>
<p>Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).</p>	<p><b>DBA 7</b> <b>Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Localiza</b> puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas.</li> <li>● <b>Interpreta</b> los elementos de un sistema de referencia (ejes, cuadrantes, coordenadas).</li> <li>● <b>Grafica</b> en el plano cartesiano la posición de un objeto usando direcciones cardinales (norte, sur, oriente y occidente).</li> <li>● <b>Emplea</b> el plano cartesiano al plantear y resolver situaciones de localización.</li> <li>● <b>Representa</b> en forma gráfica y simbólica la localización y trayectoria de un objeto.</li> </ul>	<p>Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.</p>



## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 4°

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

### GRADO 5°

**DBA  
10**

**Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Formula** preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder.
- **Registra, organiza y presenta** la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea, y gráficos circulares.
- **Selecciona** los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar.
- **Interpreta** la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población.
- **Escribe** informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos.

### GRADO 6°

Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.

**DBA  
11**

**Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Interpreta y encuentra** la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.
- **Explica** la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.
- **Selecciona** una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.
- **Argumenta** la selección realizada empleando semejanzas y diferencias entre lo que cada una de las medidas indica.

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.

## Pensamientos Aleatorio y Estadístico

### GRADO 5°

DBA  
12

Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- **Enumera** todos los posibles resultados de un experimento aleatorio simple.
- **Identifica y enumera** los resultados favorables de ocurrencia de un evento simple.
- **Anticipa** la ocurrencia de un evento simple.

### GRADO 6°

A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.

DOCUMENTO PILOTO

# CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

La comprensión de las representaciones decimales de los fraccionarios no se limita a aprender un procedimiento para convertir representaciones fraccionarias en decimales; más bien, está relacionada con composiciones de unidades contiguas tanto en la numeración decimal como en los sistemas métricos decimales y lineales (p. ej. 1 unidad de mil son  $10 \times 10 \times 10$  unidades; 1 kilogramo,  $10 \times 10 \times 10$  gramos), ya que estos sistemas se rigen por los mismos principios posicionales y decimales (p. ej. 1 unidad equivale a 1.000 milésimas - 0,001- porque  $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$  por eso es importante orientar a los estudiantes para que establezcan estas conexiones. (DBA 1 y 3)

Se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas ligados a contextos conocidos por los estudiantes. Por eso conviene enfatizar la formulación y resolución de problemas que exijan combinar varias operaciones con números naturales y fraccionarios (en sus representaciones decimal y fraccionaria) y especialmente en **problemas inversos**<sup>13</sup>.

La ampliación del significado de una fracción como división indicada entre dos números naturales no es simplemente reconocer que el resultado de un reparto de **a** unidades entre **b** no siempre es exacto (p. ej. Repartir 4 entre 3) y que éste se representa mediante la fracción  $\frac{a}{b}$  para aprender una regla (p. ej.  $\frac{4}{3}$ ). De ahí que sea conveniente que los estudiantes se enfrenten a múltiples experiencias en las que se construyan razonamientos basados en la idea de **cambios de unidad**<sup>27</sup> (una parte se toma como unidad, p. ej.  $\frac{1}{2}$  se toma como 1 unidad). (DBA 1)

La comprensión de la operación de potenciación no se reduce a interpretar el signo de potencia y calcular el resultado; los estudiantes construyen significados de la potenciación al modelar situaciones que pueden representar por cuadrados o cubos. Para ampliar a potencias con exponentes mayores que 3, puede recurrirse a situaciones de **correspondencias múltiples**<sup>28</sup>. Las equivalencias entre unidades del sistema métrico involucran la potenciación. Al resolver problemas inversos sencillos que requieran encontrar el valor de la base o del exponente, los estudiantes construyen intuiciones de lo que luego será la radicación y potenciación. (DBA 1 y 2)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Pueden plantearse algunas situaciones en las que los estudiantes:

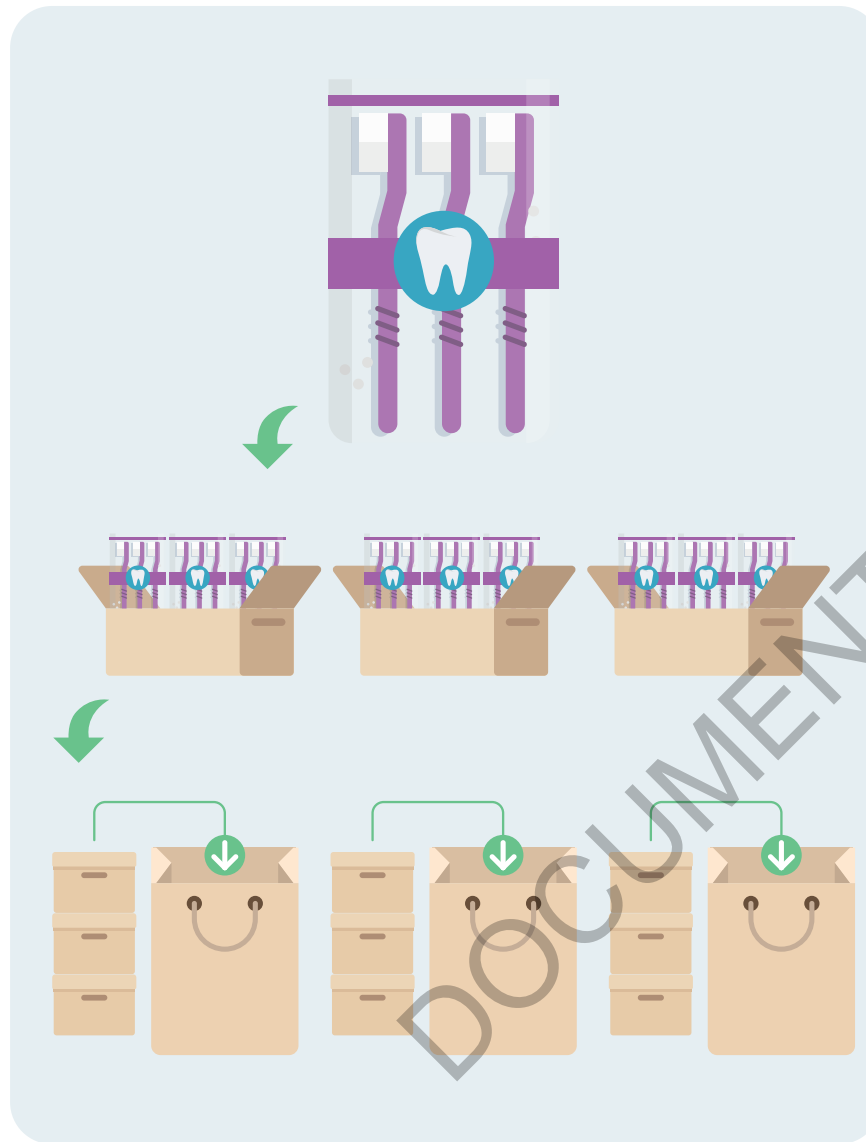
**A** Realicen experiencias que involucren dos magnitudes que varían de **forma proporcional directa**<sub>26</sub>. P. ej. estudiar la forma como varía la altura que alcanza el nivel del agua a medida que se vierte el contenido de 1, 2, 3, vasos de agua cuando los recipientes que se llenan tienen diferentes formas (de cilindro, de cono o de forma cercana a esfera) o una misma forma pero de dimensiones distintas (cilindros de diámetros diferentes). Para variación inversa proporcional se puede tomar un rectángulo de un área determinada y se varían las medidas de sus dimensiones (base y altura) para estudiar cómo varían los valores de una dimensión con relación a la otra. Relacionar estas situaciones con lo que ocurre en los eventos típicos de compra venta. (1) Como cuando se compran diferentes unidades de un mismo artículo conociendo su valor unitario (el valor pagado es **directamente proporcional**<sub>26</sub> a la cantidad de unidades compradas). (2) Como las de repartos de una cantidad (p. ej. repartir \$2.000 entre 7 personas) por partes iguales (la cantidad de cada parte  $\frac{2000}{7}$  es **inversamente proporcional**<sub>20</sub> al número de partes -7 personas-).



Observe que los estudiantes en situaciones de su vida inmediata logran anticipar si dos variables varían en forma directa (si una aumenta, la otra aumenta) o en forma inversa (mientras una aumenta, la otra disminuye) y si identifican cuando la **variación es proporcional**<sub>26</sub> y cuando no. De ser necesario apóyelos en la realización de pequeños experimentos, elaboración y comparación de tablas y gráficas.

**B**

Realicen juegos en los que haya lugar a la repetición de multiplicaciones de un mismo número. Juegos que consistan en empacar unidades unas dentro de otras y a su vez éstas en otras, y así sucesivamente, con la condición que en cada unidad de empaque mayor siempre va la misma cantidad de unidades de la menor (p. ej. 3 cepillos se empacan en bolsas de plástico, 3 bolsas de plástico en cajas, 3 cajas en bolsas de tela). En estos juegos, orientar a los niños para modelar la situación mediante la potenciación ( $3^3$ ).



Oriente a los estudiantes que tengan dificultad de entender la potenciación mediante la modelación de cubos, para que construyan cubos de varios cubitos pequeños de arista (p. ej. construir un cubo de 4 cubitos de azúcar - o dados-). Apóyelos para que encuentren estrategias más simples para calcular la cantidad de cubitos utilizados (p. ej. en cada cara hay  $4 \times 4 = 16$  cubitos y como son 4 caras entonces son  $16 \times 4 = 64$ ).



Situaciones como la siguiente enriquecen habilidades de los estudiantes para modelar relaciones por medio de las operaciones aritméticas. Una agencia de viajes debe organizar un tour por los sitios turísticos de la región para un grupo de 75 personas. Puede alquilar dos tipos de transporte: vehículos pequeños, con capacidad para 4 pasajeros y a un costo de \$120.000 por cada uno; o vehículos grandes, con capacidad para 7 pasajeros y a un costo de \$ 175.000 por cada uno. Si la agencia de viajes contrata 6 vehículos pequeños, ¿cuántos vehículos grandes debe contratar? ¿Cuánto costaría el transporte para las 75 personas? ¿Tomó la agencia una buena decisión con la cantidad de vehículos contratados? (adaptación de la propuesta en <http://map.mathshell.org/tasks.php?unit=ME11&collection=9>).

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

Realizar construcciones geométricas de figuras planas o sólidos, con medidas definidas o poniendo ciertas condiciones a sus medidas, permite que los estudiantes ganen habilidad para encontrar nuevas formas a partir de una dada y nuevas relaciones al variar una o más dimensiones. P. ej. construir rectángulos con perímetros diferentes e igual área o construir cilindros cuyas alturas o diámetros de sus bases guarden una relación de 1 a 2 o de 1 a 3 y determinar si en ambos casos los volúmenes de estos cilindros también varían en la misma razón. (DBA 5)

Los estudiantes a menudo consideran que para construir una forma geométrica sólo se requiere conocer el número de lados y sus medidas. P. ej. proponerles la elaboración de un triángulo cuyos lados midan 2, 4 y 8 cm para evidenciar que hay casos en los que no se puede construir un triángulo, los estimula a pensar en las condiciones que deben darse para poder construir una figura. (DBA 5)



En el diseño de sólidos a escala o sólidos como transformaciones de otros, se identifican posibles variaciones entre las medidas de **magnitudes**, como la longitud de sus aristas, el área de las caras, el área total y el volumen (p.ej., dado un cubo, construir otro que tenga el doble de volumen, dividir un cono con un corte transversal y paralelo a la base circular da origen a otro cono y a uno truncado, hacer una pirámide cuya base tenga la mitad del área de un poliedro regular, etc.) para explorar relaciones entre las alturas, la medida de las aristas, el diámetro de las bases, las áreas y los volúmenes. (DBA 4)

Las habilidades de visualización y representación de cuerpos geométricos se favorecen con la construcción de los sólidos a partir de **desarrollos planos**<sup>23</sup>. Identificar los elementos (aristas, ángulos, vértices), las relaciones entre ellos y las relaciones métricas es un requerimiento para reconstruir el sólido o los sólidos cuyos desarrollos se presentan; p. ej., dado un sólido (paralelepípedo o cono recto), describir su posible **desarrollo en el plano**<sup>23</sup>.

La localización de objetos o la descripción de trayectorias se apoyó hasta ahora en el cuerpo como marco de referencia (izquierda/derecha, atrás/adelante, arriba/abajo) y uso de algunas medidas (como 3 hacia arriba y 4 a la derecha). La introducción del sistema de coordenadas posibilita ampliar los marcos de referencia. (DBA 7)

Los mapas geográficos son una representación en el plano de una porción de superficie terrestre. Su lectura incluye varios aspectos: la escala, la dirección (norte, sur, oriente, occidente, suroriente...) y los símbolos o íconos para representar lugares específicos, como hospitales. Pueden utilizarse para que los estudiantes describan detalladamente algunas trayectorias; por ejemplo, cómo ir de un barrio a otro en un mapa de una ciudad. (DBA 7)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Se pueden plantear algunas situaciones en las que los estudiantes:

- A** Identifiquen algunos significados del volumen p. ej.
  - Comparar la capacidad de dos cajas llenándolas con cajas más pequeñas.
  - Comparar el espacio desplazado al sumergir diferentes objetos en un recipiente con líquido.
  - Comparar el espacio libre encerrado de diferentes superficies cerradas.
- B** Elaboren moldes para construir cajas de formas y tamaños diferentes. Empezar con formas sencillas y sin exigir medidas, después con formas un poco más complicadas (p. ej. de prisma) y con algunas condiciones de sus medidas.
- C** Construyan figuras congruentes (misma medida de lados y ángulos) y semejantes (misma medida de ángulos y lados proporcionales) a una dada. Usar instrumentos como el compás, el transportador o software educativo, en los casos que sea posible (construcciones a escala, ampliaciones y reducciones).

**D** Descompongan y compongan formas en dos y tres dimensiones (p. ej. cortar un cubo por una de las diagonales de sus caras. Cortar un paralelogramo por una línea paralela a uno de sus lados. A partir de un molde, construir una caja). Orientar a los estudiantes para que comuniquen las formas de composición y descomposición (p. ej. “corté el cubo por esta diagonal y puedo cortarlo por esta otra diagonal”).

**E** Representen en el plano cartesiano (primer cuadrante) la localización o la trayectoria de un objeto o de un conjunto de objetos. También que elaboren y utilicen planos y mapas de sitios locales.

**F** Resuelvan situaciones vinculadas con hechos cotidianos. P. ej. La medición del agua que los estudiantes gastan al lavarse las manos. Ellos pueden registrar en informes la cantidad de agua utilizada y el procedimiento empleado para medirla. Inicialmente pueden dar las medidas en diferentes unidades, lo cual es una oportunidad para reconocer sistemas de medida y las equivalencias entre unidades de capacidad; posteriormente, se puede convenir una unidad común para facilitar las comparaciones.

Identifique las estrategias que usan los estudiantes para realizar conversiones de unidades, observe si utilizan procedimientos basados en el establecimiento de proporciones (p. ej. 1 l es a 10 dl como 5,7 l ¿a cuánto equivale?). En los casos en que los estudiantes no hayan construido estos procedimientos, identifique las estrategias elementales que ellos utilizan y poco a poco orientelos para lograr procedimientos más elaborados.

- G** Tomen decisiones en situaciones cotidianas mediante procesos de medición. P. ej. una manera eficiente de trasladar los huevos que produce un granjero (adaptado de Matemáticas 4. Cartilla 2. Escuela Nueva. Recuperado de: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-propertyvalue-49710.html>). Para lograr eficiencia se necesita empacar en una camioneta la mayor cantidad de cajas que sea posible, además de trasladarlas por la ruta más apropiada para optimizar tiempo. El granjero consigue cajas de diferentes tamaños, pero necesita tomar la mejor decisión. ¿Cómo se pueden hacer las mediciones y los cálculos para empacar las cubetas de huevos, de manera que el granjero tenga que hacer el mínimo de viajes y que aproveche todo el espacio de la camioneta y de las cajas? ¿Cómo puede decidir sobre la ruta más cómoda y rápida para llevar el pedido al supermercado?



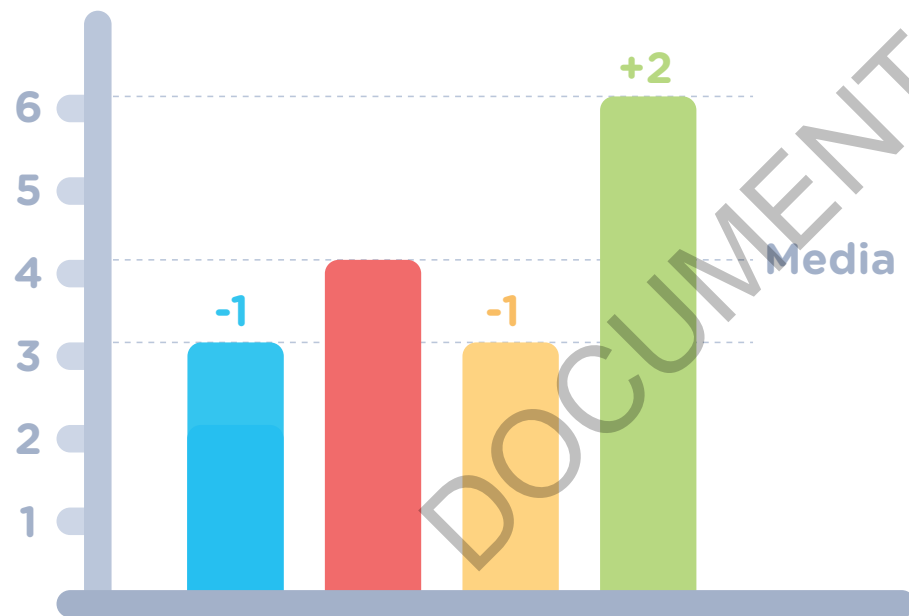
# Sobre los Pensamientos aleatorio y estadístico

---

**E**n este grado, los datos pueden ser cualitativos o cuantitativos. La recolección de la información puede realizarse a partir de encuestas. La organización y presentación se realiza en tablas de frecuencia, gráficos de barras agrupadas, gráficos de línea, gráficos circulares o pictogramas según el contexto del problema. Estas representaciones tienen dos funciones:

- Comunicar de manera sistemática los datos que se han recolectado para realizar el estudio; en este sentido, cada representación que se obtenga a partir de los datos deberá permitir una mayor comprensión de los mismos. Para que esto ocurra, las representaciones que se construyen deben resumir los datos sin perder su totalidad.
- Visibilizar las tendencias o patrones de la distribución. La selección del tipo de gráfico empleado para representar los datos debe corresponderse con aquello que quiere mostrarse de su comportamiento.

El análisis de los resultados incluye el cálculo de medidas representativas del comportamiento de los datos, como son las medidas de tendencia central y el rango. Es importante utilizar estrategias, aproximar el valor de estas medidas sin recurrir exclusivamente al cálculo numérico; p. ej, en un diagrama de barras, los estudiantes pueden hacer compensaciones entre las barras para encontrar la media (quitar a las barras más altas y agregar a las más pequeñas para buscar que queden más o menos de la misma altura).



Del mismo modo pueden usar las gráficas de barras o pictogramas para encontrar la mediana. Cuando los datos son cualitativos, es necesario que se propongan gráficos circulares para comparar dos grupos en términos de porcentajes.

Para comunicar los resultados, se acude a una lectura diferencial de la información que se obtiene con cada una de las representaciones y se apoya en el uso adecuado de expresiones como variables, **población o muestra**, moda, mediana o media. Para responder a la pregunta objeto de estudio, se construyen argumentos apoyados en los resultados que sustenten si existen o no diferencias entre los dos grupos que se comparan, para decidir sobre posibles tendencias en el comportamiento de los datos.

En relación con el estudio de la aleatoriedad y el azar, se espera realizar experimentos aleatorios, anticipar los posibles resultados y calcular las probabilidades de ocurrencia de un evento. Esto se desarrolla mediante la participación en actividades de juego en las que esté presente el azar; por ejemplo, los juegos de dados, las cartas, la ruleta, las rifas. Es importante estimular la predicción de los resultados antes de realizar los experimentos, ya que con ello se va consolidando la idea de experimento aleatorio como diferente a uno determinístico.

## Situaciones que promueven el aprendizaje

Para el grado quinto las situaciones que los estudiantes pueden abordar son aquellas en las que:

**A** Interpreten y cuestionen los resultados de indagaciones realizadas por otros. P. ej, analizan la validez (o no) de las representaciones utilizadas y las conclusiones extraídas en algunas encuestas de opinión sobre hechos cercanos a los estudiantes como los que se presentan en noticieros de TV, periódicos, revistas y demás fuentes de fácil acceso.



Invite a realizar estudios de opinión sobre asuntos actuales de la vida institucional o de la comunidad que sean de interés para los estudiantes y en las que ellos o su grupo familiar esté involucrado. Aproveche estas situaciones para mostrar la importancia de reconocer formas de sentir y pensar distintas a las propias y ampliar las miradas personales con las de los otros.



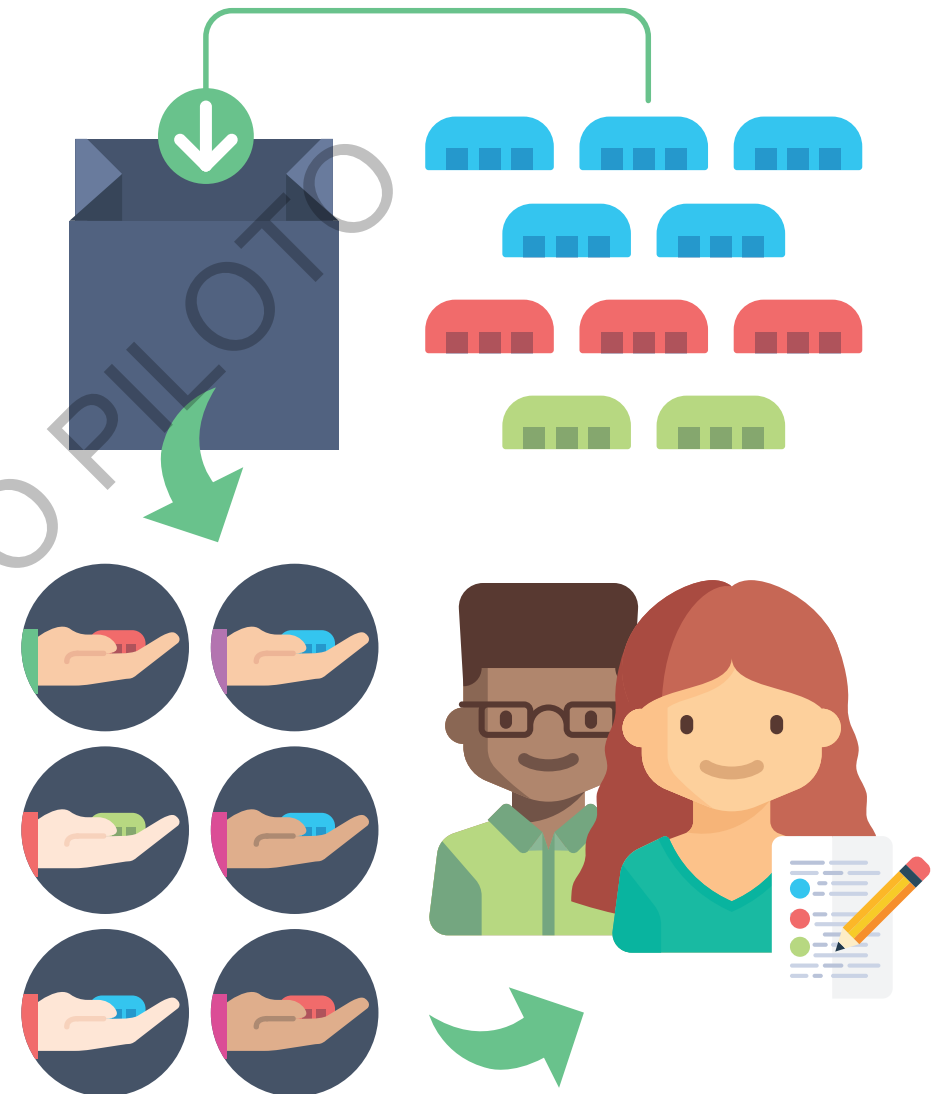
**B** Realicen estudios que requieran comparaciones de una variable en al menos dos grupos diferentes, p. ej. resolver preguntas como ¿son los estudiantes de 5A tecnológicamente más hábiles que los estudiantes de 5B? Un primer problema es definir los rasgos que distinguen a una persona hábil tecnológicamente. P. ej, la habilidad se evidencia en el saber utilizar diferentes aparatos tecnológicos, o en poder describirlos según su forma, sus funciones, etc. Por eso es clave que los estudiantes establezcan acuerdos al respecto y evidencien la necesidad de tener claridad sobre cómo se va a entender aquello que se busca estudiar.

A partir de las precisiones sobre la pregunta y sobre lo que se va a estudiar, se definen: a) la **población**, y sus características, b) las variables por estudiar, c) el tipo de variables a estudiar y, d) los instrumentos para recolectar los datos (encuestas o experimentos simples).

Los datos se organizan y representan en tablas de frecuencia, **pictogramas**, gráficos de barras, etc., con el fin de comparar los dos grupos. En el análisis de los resultados, se incluye el cálculo de medidas, p. ej, en promedio, los niños de 5A saben utilizar más funciones de un celular que los de 5B.

Verifique que los estudiantes pueden identificar la coherencia entre la pregunta que se busca resolver y los demás componentes del **ciclo investigativo**. En caso de ser necesario, oriente a los estudiantes para que diseñen estudios sobre aspectos que les pueda interesar o presente estudios diseñados por otros y discuta con ellos sobre la precisión y claridad al definir cada uno de los componentes del ciclo y la coherencia entre ellos.

- B** Estimen la probabilidad de ocurrencia de un evento como resultado de la realización de un experimento aleatorio simple. P. ej. proponer experimentos como introducir en una bolsa oscura 10 tapas de 3 colores distintos: 5 azules, 3 rojas y 2 verdes. Los estudiantes conocen la cantidad total de tapas en la bolsa pero no la de cada uno de los colores. Pedir que por turnos extraigan una tapa, anoten el color en una tabla y luego la regresen a la bolsa, hasta que todos los del curso hayan participado. Al final, se contabiliza el número de veces que apareció cada color y elaboran un diagrama de barras para que respondan preguntas tales como: ¿cuántas veces aparece cada color? ¿Cuál se repitió más? ¿Cuál se repitió menos? ¿Cuál puede ser la explicación para que un color haya tenido más frecuencia que otro? Con base en esos resultados se pide que se hagan afirmaciones sobre el número de tapas de cada color que consideran hay en la bolsa.



DOCUMENTO PILOTO



# APÉNDICE

DOCUMENTO PILOTO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Apéndice

En este apartado se amplían algunos términos que han sido resaltados y numerados en las mallas de aprendizaje de matemáticas, con la finalidad de ofrecer explicaciones que favorezcan la lectura y comprensión de las mismas. P.ej.:

Se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas ligados a contextos conocidos por los estudiantes. Por eso conviene enfatizar la formulación y resolución de problemas que exijan combinar varias operaciones con números naturales y fraccionarios (en sus representaciones decimal y fraccionaria) y especialmente en **problemas inversos**<sup>13</sup>.

Término resaltado

Subíndice

En el apartado de las mallas de aprendizaje de grado quinto que se presenta en la imagen anterior, el término Problemas Inversos ha sido resaltado e identificado con el subíndice 13, que permite ubicar el término en el presente apéndice, así:

### 13 Problemas directos e inversos

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad  $a + b = c$ , si el valor desconocido es  $c$  ( $a + b = ?$ ) es directo, si uno de los valores desconocidos es  $a$  o  $b$ , el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante  $a \times b = c$ .

Adicionalmente, en este apéndice aparecen las referencias bibliográficas usadas para la construcción de las mallas de aprendizaje del área de matemáticas.

### 1 Habilidades para enumerar

Son habilidades que permiten dar cuenta de la cantidad de elementos de una colección, como:

- Enunciar ordenada y fluidamente la secuencia de palabras de contar (uno, dos, tres...)
- Hacer corresponder a cada palabra de contar un único elemento contado.
- Establecer un orden para contar los elementos, esto posibilita que todo elemento sea contado y que se haga una sola vez.
- Reconocer que la última palabra enunciada indica la cantidad de elementos contados (uno, dos..., siete. Como la última palabra de contar es siete, significa que la colección tiene 7 elementos).

### 2 Variación entre dos magnitudes

En los hechos que ocurren, suele darse que algunas magnitudes cambian el valor de su medida mientras se produce la ocurrencia del hecho (la distancia que recorre el atleta cambia de valor a medida que el atleta da más pasos), por eso se dice **variación entre dos magnitudes** (la distancia que recorre el atleta se incrementa con el aumento de los pasos o con el tiempo que lleva corriendo); también, pueden establecerse otras relaciones (la distancia que le falta para cruzar la meta disminuye entre más pasos da).

### 3 Pictograma

Es un tipo de gráfica utilizada para representar una cantidad o una cualidad. Se utiliza para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.

**Sin escala:** cada símbolo o dibujo representa un dato.

**Con escala:** cada símbolo o dibujo representa un valor fijo diferente a 1.



#### 4 Variables cualitativas

Son aquellas que hacen referencia a cualidades o atributos que no son susceptibles de ser medidos (p. ej. en un estudio de los sabores de helados preferidos por parte de un grupo social, la variable *sabores de helados*, es cualitativa).

**Nominales:** no admiten un criterio de ordinalidad. P. ej.

##### Frutas:



Mora

Uva

Pera

##### Mascotas:



Perro

Gato

Canario

**Ordinales:** admite un criterio de ordinalidad. P. ej.

##### Puesto conseguido en una prueba deportiva:



Primero

Segundo

Tercero

##### Medalla en una prueba deportiva:



Oro

Plata

Bronce

#### 5 Magnitud

A los atributos medibles se les llama magnitudes (longitud —hace referencia al largo—, peso, duración, capacidad, superficie, volumen, etc.).

Nota: En el desarrollo de las mallas de aprendizaje se ha realizado el abordaje de la magnitud *peso*, haciendo referencia a la *masa* en los primeros grados, esto en consideración a que en estos grados de escolaridad no se cuenta con los elementos para realizar la diferenciación entre las dos magnitudes, que se sugiere sea abordada en grados superiores.

#### 6 Pensamiento aditivo y pensamiento multiplicativo

**Pensamiento aditivo:** Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van ganando para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de suma y/o de resta.

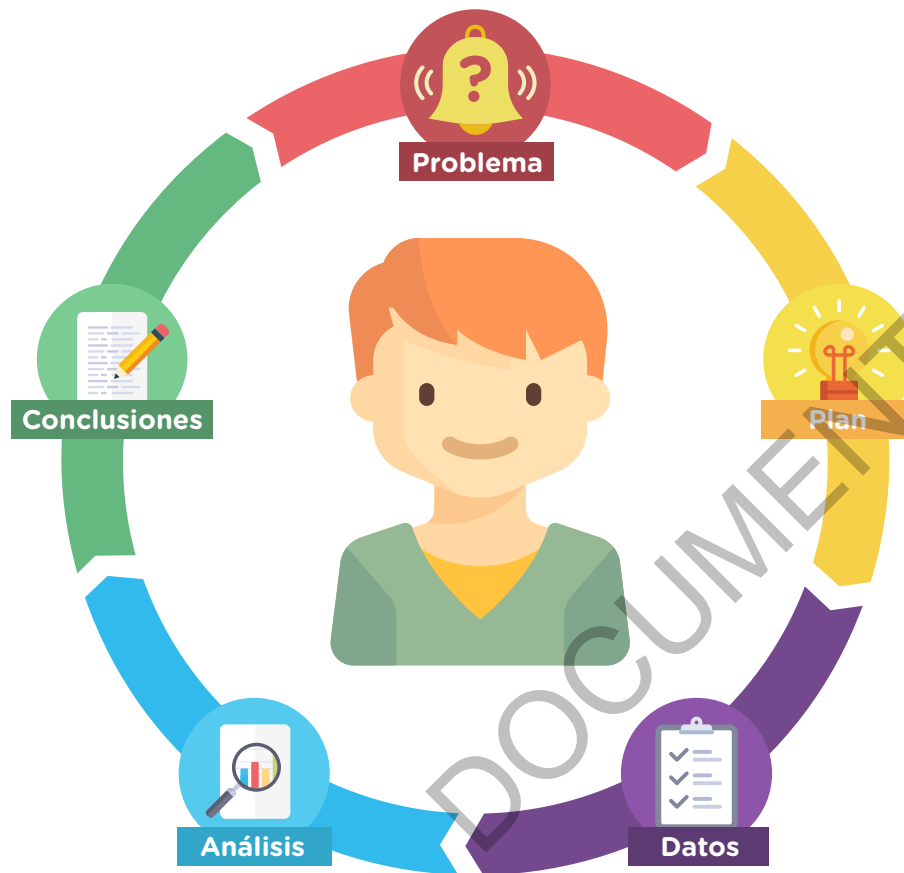
**Pensamiento multiplicativo:** Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van ganando para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de multiplicación y/o división.

#### 7 Atributos medibles

Los objetos y los eventos tienen atributos o características que pueden medirse (a un pedazo de palo de escoba o una cinta se le puede medir su largo, su peso; al evento consistente en una carrera de atletismo, su duración). No todos los objetos tienen los mismos atributos medibles (p. ej., una competencia deportiva no tiene peso, pero sí puede relacionarse con la medida de distancia o la de duración).

## 8 Ciclo investigativo

Es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas.



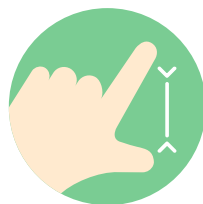
El desarrollo de los momentos no es lineal y sucesivo, pues en la práctica se dan regresos a fases previas para hacer ajustes y continuar. Este enfoque requiere crear las condiciones para que los estudiantes hagan suyos los diferentes momentos del ciclo y no sean simples ejecutores de las indicaciones del profesor; además, es fundamental que hagan propias las preguntas de investigación, ya que esto moviliza el deseo y el interés de resolverlas para sí y favorece la construcción de sentido.

## 9 Población y muestra

La población es el conjunto de cosas, personas, animales o situaciones sobre las que se realiza el estudio estadístico. Unas veces se estudian todos y cada uno de los elementos que componen la población de estudio (estudio censal), otras veces, cuando la población no se puede o no se necesita tomar en su totalidad, se estudia una muestra representativa. P. ej.: se estudia la cantidad de libros leídos por los estudiantes de un colegio durante el último mes. Se puede diseñar una encuesta que se aplica a toda la población o se puede tomar la decisión de encuestar una parte de los estudiantes de ese colegio, por eso se tendrá que tener precauciones para estudiar una muestra que represente de forma adecuada a la totalidad de la población.

## 10 Patrones, unidades e instrumentos de medida

Una unidad de medida se denomina *convencional* (una unidad de medida no convencional puede denominarse también arbitraria) cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; p.ej. la utilización de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un gema (longitud).



Gema

El intercambio de productos exige que se establezcan convenciones entre grupos más amplios. Así se hace necesario realizar procesos de *estandarización* sobre las unidades de medida con patrones (metro), los procedimientos de medición (para medir el largo de un palo se toma el gema como unidad y se cuenta cuántos veces cabe a lo largo o se toma una cinta métrica y se cubre su longitud) y los instrumentos (para temperatura termómetro).

## 11 Descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo

Las relaciones entre las formas de escribir los números con cifras, p. ej. **354** y la forma de leerlos **trescientos cincuenta y cuatro**, intervienen en la comprensión y utilización de las reglas de escritura de los números.

### Descomposición aditiva

$$354 \rightarrow 300 + 50 + 4$$

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- 300 y 400 son **700**
- 50 y 70 son **120**
- 4 y 6 son **10**

700 y 120 son **820**;  
820 y 10 son **830**

### Descomposición aditivo-multiplicativa

$$354 \rightarrow 3 \text{ de } 100 + 5 \text{ de } 10 + 4$$

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- 3 de 100 y 4 de 100 son **7 de 100**  $\rightarrow$  **700**
- 5 de 10 y 7 de 10 son 12 de 10 que puede ser entendido como **1 de 100 y 2 de 10** o como **120**
- 4 y 6 son 10  $\rightarrow$  **1 de 10** o simplemente **10**

**Suma de los de 100:** 7 y 1 son 8, 8 de 100 son **800**

**Suma de los de 10:** 2 y 1 son 3, 3 de 10 son **30**

**Resultado: 830**

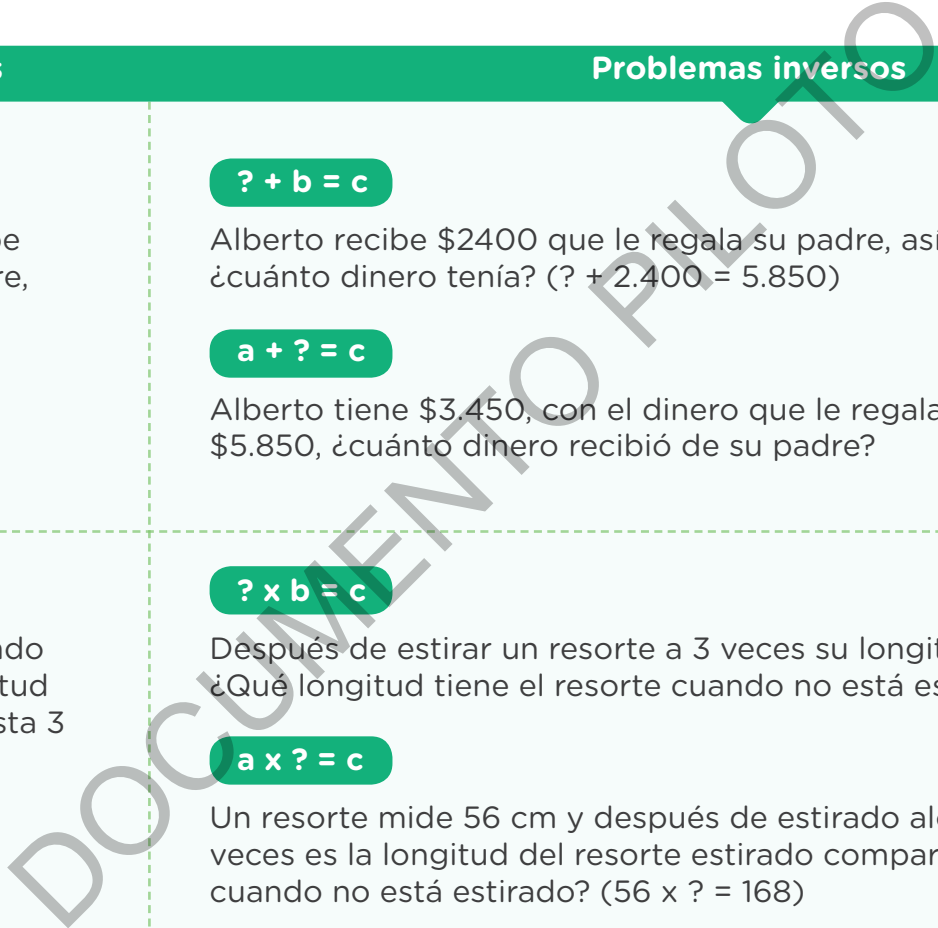
## 12 Algunos tipos de problemas aditivos

De composición	De transformación	De relación
<p><b>Ejemplos de problemas que se formulan en el mismo orden temporal en que ocurren los hechos a los que hace referencia la situación</b></p>		
<p>Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; y en la tarde, 22. ¿Cuántas cajas llenó en el día? (<math>15 + 22 = ?</math>)</p>	<p>Juana trabaja empacando galletas. Al finalizar la mañana, había llenado 15 cajas; y en la tarde, 22 más. ¿Cuántas cajas llenó en el día?</p>	<p>Juana trabaja empacando galletas. En la mañana llenó 15 cajas; y en la tarde, 22. ¿Cuántas cajas menos llenó en la mañana en relación con las que llenó en la tarde?</p>
<p><b>Ejemplos de problemas que se formulan en orden temporal distinto en que ocurren los hechos a los que hace referencia la situación</b></p>		
<p>Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; si en el día llenó 37, ¿cuántas cajas llenó en la tarde? (Primero el niño lo puede pensar como una suma incompleta <math>15 + ? = 37</math>; posteriormente como una resta <math>37 - 15 = ?</math>)</p>	<p>Juana trabaja empacando galletas. Al finalizar la mañana, había llenado 15 cajas y en la tarde llenó algunas hasta completar 37. ¿Cuántas cajas llenó en la tarde?</p>	<p>Juana trabaja empacando galletas. En la mañana, llenó 15 cajas; si en la mañana llenó 7 menos que en la tarde, ¿cuántas llenó en la tarde?</p>

### 13 Problemas directos e inversos

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad  $a + b = c$ , si el valor desconocido es  $c$  ( $a + b = ?$ ) es directo, si uno de los valores desconocidos es  $a$  o  $b$ , el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante  $a \times b = c$ .

Problemas directos	Problemas inversos
<p><b><math>a + b = ?</math></b></p> <p>Alberto tiene \$3.450 y recibe \$2400 que le regala su padre, ¿cuánto dinero completa? (<math>3.450 + 2.400 = ?</math>)</p>	<p><b><math>? + b = c</math></b></p> <p>Alberto recibe \$2400 que le regala su padre, así completa \$5.850, ¿cuánto dinero tenía? (<math>? + 2.400 = 5.850</math>)</p> <p><b><math>a + ? = c</math></b></p> <p>Alberto tiene \$3.450, con el dinero que le regala su padre completa \$5.850, ¿cuánto dinero recibió de su padre?</p>
<p><b><math>a \times b = ?</math></b></p> <p>Un resorte mide 56 cm cuando no está estirado. ¿Qué longitud alcanza cuando se estira hasta 3 veces? (<math>56 \times 3 = ?</math>)</p>	<p><b><math>? \times b = c</math></b></p> <p>Después de estirar un resorte a 3 veces su longitud, alcanza 168 cm. ¿Qué longitud tiene el resorte cuando no está estirado? (<math>? \times 3 = 168</math>)</p> <p><b><math>a \times ? = c</math></b></p> <p>Un resorte mide 56 cm y después de estirado alcanza 168 cm. ¿Cuántas veces es la longitud del resorte estirado comparada con la longitud cuando no está estirado? (<math>56 \times ? = 168</math>)</p>





## 14 Problemas simples y compuestos

Esta clasificación hace referencia al número de operaciones que involucra la resolución del problema. Los hay simples, que requieren una única operación (también llamados de una etapa), y compuestos, que requieren dos y más operaciones (también llamados de dos etapas, de tres etapas, según el número de operaciones que exijan).

Problemas simples	Problemas Compuestos
<p>Alberto tiene \$3.450; con este dinero compra un artículo que cuesta \$1500, ¿cuánto dinero le queda? (<math>3.450 - 1.500 = 2.950</math>)</p>	<p>Con el dinero que tenía, Alberto compra dos artículos, el primero cuesta \$1500 y el segundo \$800. Si después de las compras se queda con \$2950, ¿cuánto dinero tenía?</p>
<p>Alfredo descarga cajas de un camión para depositarlas en una bodega. En cada viaje puede mover hasta 8 cajas. En el camión hay 92 cajas. ¿Cuántos viajes tiene que realizar?</p>	<p>Alfredo descarga cajas de un camión para depositarlas en una bodega. En cada viaje puede mover hasta 8 cajas. Se sabe que realizó 12 viajes, el último viaje solo trasladó 4 cajas restantes y en los demás el máximo de cajas que podía cargar. ¿Cuántas cajas había en el camión?</p>

### Algunas variaciones en la forma de enunciar un problema

Enunciación cercana a los hechos	Enunciación poco cercana a los hechos
<p>Alfredo salió de su casa con una cantidad de canicas; en el recreo, jugó con sus amigos y perdió 12. Si al final le quedan 14 canicas, ¿cuántas tenía al empezar a jugar?</p>	<p>Alfredo tiene 14 canicas; después de jugar y perder 12 canicas con sus amigos, ¿cuántas tenía al empezar a jugar?</p>

15 Algunos tipos de problemas multiplicativos

De repetición de grupos iguales o sumas repetidas (forma directa)	Arreglos rectangulares (forma directa)	Operadores multiplicativos (forma directa)
<p>En cada caja se empaican 12 esferos, ¿cuántos esferos hay en 4 cajas?</p> <p>(<math>12 \times 4 = ?</math>)</p>	<p>Cuatro amigos (A, B, C, D) juegan a ponerse como disfraz una máscara de animal (león, lobo, cocodrilo). Los cuatro se presentan ante otras personas para que descubran quien se puso qué máscara. ¿Cuántas son todas las combinaciones posibles? Adicionalmente, podría pedirse que se describan todas las combinaciones. En casos como este, son muy útiles las representaciones con diagramas de árbol.</p>	<p>Un resorte se estira 5 veces su longitud en estado normal. Si la longitud del resorte en estado normal es de 24 cm, ¿cuánto mide estirado?</p>
Sumas repetidas (forma inversa)	Arreglos rectangulares (forma inversa)	Operadores multiplicativos (forma inversa)
<p>En cada caja se empaican 12 esferos, ¿cuántas cajas se necesitan para empaicar 48 esferos? (<math>12 \times ? = 48</math>)</p> <p>Se empaican en 4 cajas 48 esferos, si todas las cajas tienen la misma cantidad, ¿cuántos esferos van en cada caja? (<math>? \times 4 = 48</math>)</p>	<p>3 personas se disfrazan de animales, si se sabe que tienen 18 formas distintas de presentarse ante un público, ¿de cuántas máscaras disponen?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de personas.</p>	<p>Un resorte se estira hasta 5 veces su longitud en estado normal. Si estirado mide 120 cm, ¿cuánto mide en condiciones normales?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de veces que se estira el resorte.</p>

## 16 Expresiones matemáticas intuitivas

En términos generales una expresión matemática contiene números u otros signos (generalmente letras) que representan cantidades o cualquier otro valor de un conjunto de valores posibles y operaciones que se definen entre éstos. P. ej.  $3 + 4$ ;  $3 + 4 = 7$ ,  $a + b = c$ ,  $3x + 2 = 5$ .

Estas expresiones permiten representar relaciones entre cantidades que intervienen en una situación. Antes de alcanzar expresiones matemáticas propiamente dichas en una situación, los estudiantes ensayan expresiones intuitivas que se apoyan en el lenguaje común P. ej.: en una situación como una salida de campo, en la que los estudiantes de cada curso se organizan en grupos de 5 estudiantes, y no es permitido conformar grupos con estudiantes de cursos distintos, si se trata de representar el número de estudiantes de un curso que participan en la salida, se puede expresar de distintas formas:

- este número se obtiene multiplicando por 5 el número de grupos de un curso más el número de estudiantes de un grupo incompleto.
- $5 \times$  números de grupos completos + número de alumnos del grupo incompleto o  $5 \times \text{---} +$ .
- Hasta expresiones más formales  $5x + b$ , con  $x$  el número de grupos completos del curso y  $b$  el número de estudiantes del grupo incompleto.

## 17 Resolución de un problema por descomposición en etapas

Cuando un problema es de varias etapas un método es descomponerlo en una secuencia de otros más simples. P. ej.

### Tienda La Esquina - Lista de precios

Producto	Precio
 1 libra de arroz .....	\$1.800
 1 libra de frijol .....	\$4.500
 1 frasco de aceite .....	\$3.200
 1 panela .....	\$1.200

Pedro compró varias libras de arroz y 5 panelas, pagó con un billete de \$50.000 y le devolvieron \$29.600, ¿cuántas libras de arroz compró? Este problema supone varias etapas. Una forma más o menos sistemática de resolverlo podría ser:

- **Primera etapa:** preguntarse cuánto pagó Pedro (valor del billete con el que pagó menos lo que le sobró).
- **Segunda etapa:** preguntarse cuánto pagó por las panelas (número de panelas compradas por el valor de cada una).
- **Tercera etapa:** preguntarse por el total pagado por el arroz (total pagado menos lo que pagó por las panelas).
- **Cuarta etapa:** preguntarse por el número de libras pagado (lo pagado por el arroz dividido entre el valor unitario).

Pero es posible que los estudiantes no procedan tan sistemáticamente y su forma de resolución no muestre de forma tan clara el paso a paso hacia atrás, quizá sean más intuitivos y hagan procesos de resolución más simultáneos. Puede ser que se parta de una idea como lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) es igual al total pagado (T), o sea  $A + B = T$ . Como no se conoce, pensar que el total pagado se obtiene de la resta del valor del billete menos lo que le sobró ( $T = 50.000 - 29.600 = 20.400$ ). Después averiguar lo que paga por el arroz (total pagado menos el valor de las 5 panelas,  $20.400 - 5 \times 1.200$ ) y esto le permite averiguar cuántas libras de arroz compró ( $14.400 \div 1.800$ ).

Otra idea podría ser pensar que lo pagado por el arroz, lo desconocido (C) más lo pagado por la panela (D) más lo recibido de vueltas debe dar \$50.000 ( $C + D + 29.600 = 50.000$ ); a partir de esta idea una vez que se tiene cuánto se pagó por el arroz, se puede encontrar la cantidad de libras compradas.

## 18 Algunas formas de entender las fracciones

### Como parte y todo

La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?

### Como operador

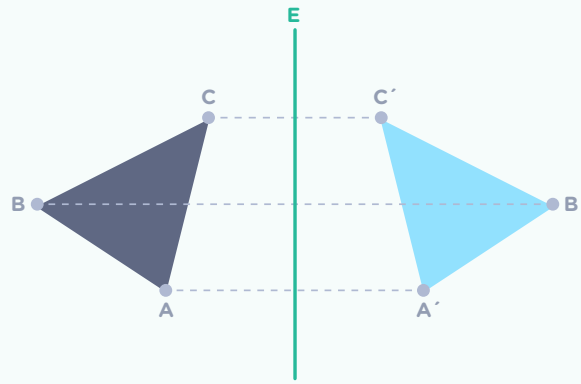
La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?

### Como razón

Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a  $\frac{1}{500}$  las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?

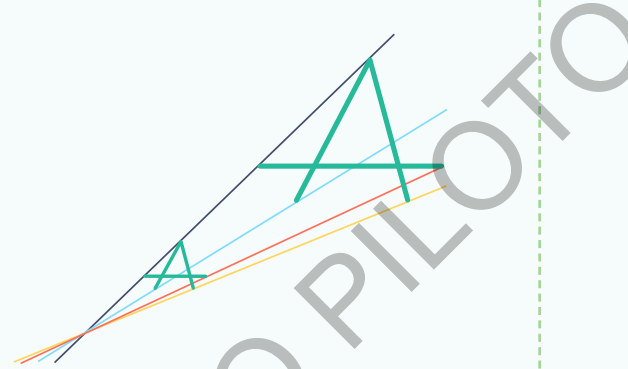
## 19 Movimientos y transformaciones de figuras

En geometría se hace referencia a una transformación cuando se crea una nueva figura a partir de otra.



La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original. En ese caso las dos figuras son congruentes.

Por ejemplo lo que ocurre con la figura de un pedazo de cartulina que se traslada, o se rota.



La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes

P: ej. Cuando se toma una fotocopia ampliada o reducida de un dibujo.

O la relación entre un objeto y una fotografía.



La figura creada no conserva ni la medida de los lados ni la de los ángulos. En este caso la figura resultante deforma la original

P. ej. Cuando se hace un dibujo sobre una banda de caucho y esta se estira en una de las dimensiones.

## 20 Situaciones determinísticas y aleatorias

Se dice que una situación es determinística cuando se espera que al ocurrir se pueda predecir con plena certeza el resultado. Por el contrario, es aleatoria cuando al ocurrir se tienen varios resultados posibles, por lo que no se puede anticipar con certeza uno en particular, sólo se puede hablar de la mayor o menor probabilidad de su ocurrencia.

## 21 Relaciones multiplicativas asociadas a una razón

Expresiones como *en una caja de mangos hay 3 maduros por cada 5 verdes* pueden representarse como la razón 3 : 5 (3 es a 5) y pueden entenderse como una forma de variación entre la cantidad de mangos maduros y verdes. P. ej., se puede representar en una tabla.

 Número de mangos maduros	 Número de mangos verdes
3	5
6	10
9	15
12	20

Esta expresión (3 es a 5) da lugar a las siguientes relaciones multiplicativas:

- a) La cantidad de mangos maduros son los  $\frac{3}{5}$  de la cantidad de verdes.
- b) Como la expresión *por cada 3 mangos maduros hay 5 verdes* es equivalente a *por cada 5 mangos verdes hay 3 maduros*, se tiene que la cantidad de mangos verdes son los  $\frac{3}{5}$  de la cantidad de maduros.
- c) y d) Como 3 maduros + 5 verdes = 8 mangos, la razón 3 maduros: 4 verdes puede transformarse en 3 maduros: 8 mangos (la cantidad de mangos maduros son el  $\frac{3}{8}$  de los mangos) y 5 verdes: 8 mangos (la cantidad de mangos verdes son los  $\frac{5}{8}$  de todos los mangos).

## 22 Equivalencia de Fracciones

Un argumento para justificar la equivalencia entre  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{6}$  puede ser:

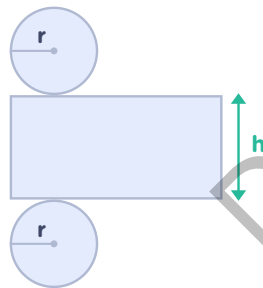
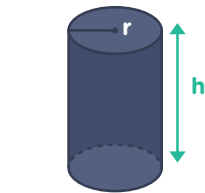
- a) establecer que  $\frac{1}{6}$  es la mitad de  $\frac{1}{3}$ , porque 6 es el doble de 3.
- b) de manera que  $\frac{2}{6}$  equivalen a  $\frac{1}{3}$
- c) y  $\frac{4}{6}$  son  $\frac{2}{3}$

Para ayudar a los estudiantes a construir un razonamiento como el anterior se puede tomar una misma unidad (p. ej., el área de una hoja de papel o cierta cantidad de agua) y verificar que los  $\frac{2}{3}$  de esa cantidad coinciden con  $\frac{4}{6}$ , o con  $\frac{6}{9}$ , y buscar una explicación de tal igualdad (P. ej., los  $\frac{2}{3}$  equivalen a los  $\frac{4}{6}$ , porque cada sexto es la mitad del área de  $\frac{1}{3}$ , de ahí que se necesite el doble de sextos para tener la misma cantidad que los tercios).

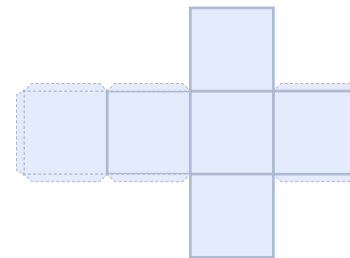
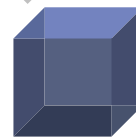
Comparar el efecto que se produce sobre un número o una medida cuando se realizan transformaciones equivalentes de tipo multiplicativo. P. ej., a) un número cualquiera se multiplica por 3 y luego el resultado obtenido se divide por 6 y b) un número cualquiera se multiplica por 12 y luego se divide por 24. En ambos casos preguntar: ¿cómo es el resultado obtenido comparado con el número inicial? Se busca que los estudiantes establezcan que en cada caso es la mitad, porque se divide por un número que es el doble del que multiplica. Orientar a los estudiantes para que den razones.

### 23 Desarrollos en el plano

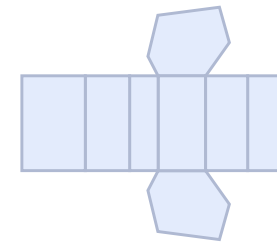
Consiste en construir la superficie de un sólido. Ejemplos de sólidos y sus desarrollos planos son:



Cilindro



Cubo



Prisma hexagonal no regular

## 24 Sistemas métricos decimales y lineales

Son sistemas de unidades de medida en las que una unidad superior equivale a 10 veces la unidad inmediatamente inferior (P. ej. 1 centena equivale a 10 decenas, 1 metro equivale a 10 decímetros).

### Sistemas de notación decimal lineales

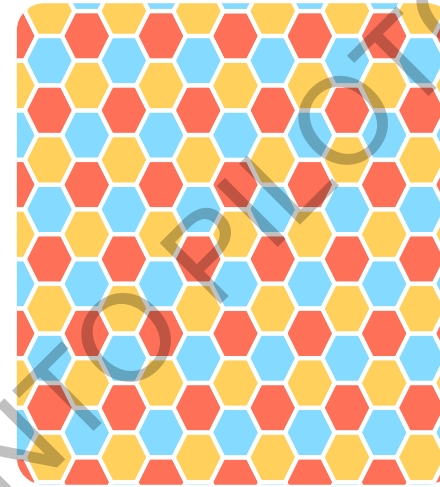
- De longitud: 1 kilómetro equivale a 10 hectómetros, 1 hectómetro equivale a 10 decámetros,...
- De peso: 1 kilogramo equivale a 10 hectogramos, 10 hectogramos a 10 decagramos,...

### Sistemas de notación decimal no lineal

- De área: 1 kilómetro cuadrado NO equivale a 10 hectómetros cuadrados, equivale a 100 hectómetros cuadrados. Un hectómetro cuadrado NO equivale a 10 decámetros cuadrados, equivale a 100 decámetros cuadrados

### Teselación regular.

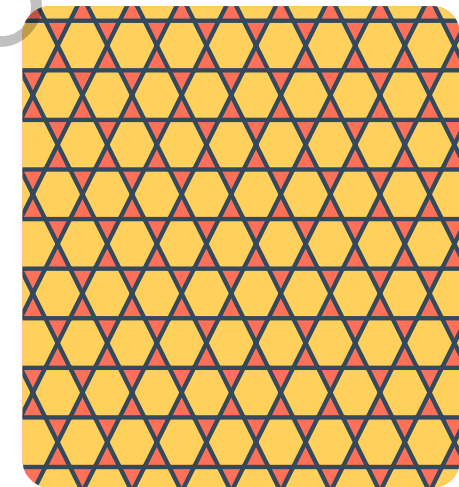
Se repite un mismo polígono regular.



Una pregunta interesante para los estudiantes puede ser: ¿se pueden hacer teselados regulares con triángulos, con cuadrados, con cualquier polígono regular?

### Teselación semirregular

Se utilizan dos o más polígonos regulares. Cada vértice tiene el mismo patrón.



En este caso es interesante identificar las características de los vértices de estos teselados, así como el número de teselados semirregulares que se puede construir.

## 25 Teselado

Es el recubrimiento de una región plana con un patrón de figuras geométricas, el cual tiene como característica que no pueden quedar figuras sobrepuestas ni huecos o espacios entre estas.



## 26 Variación directamente e inversamente proporcional

### Variación directamente proporcional

Dos variables varían de forma directamente proporcional cuando se cumplen dos condiciones:

- Si una aumenta (o disminuye) la otra aumenta (o disminuye)
- Si una de las variables se multiplica (o divide) por un número, el valor de la otra queda multiplicado (o dividido) por ese mismo número. En otras palabras, valores correspondientes de las dos variables siempre están en la misma razón.

P. ej. El costo de un pedazo de tela varía de forma directamente proporcional en relación con el número de metros que se compra, porque se cumplen las dos condiciones:

- A más metros mayor el valor, a menos metros menor el valor.
- Si se compra el doble de metros el valor se duplica, si se compra el triple de metros el valor se triplica, etc. o, si se compra la mitad de tela, el valor se reduce a la mitad, etc. El valor pagado y la cantidad comprada están en la misma razón.

Puede haber otras formas de variación, p. ej., el área de un cuadrado NO varía de forma directamente proporcional en relación con la longitud de su lado: el área de un cuadrado

de 3 m de lado es de 9 metros cuadrados, si se duplica la longitud de su lado (6 m) su área es de 36 metros cuadrados (su área no se aumentó al doble sino a 4 veces).

### Variación inversamente proporcional

Dos variables varían de forma inversamente proporcional cuando se cumplen dos condiciones:

- Si una aumenta (o disminuye) la otra disminuye (o aumenta)
- El producto de los valores correspondientes de las variables es constante (es el mismo).

## 27 Cambios de unidad (fraccionarios)


En las situaciones de repartos iguales en las que el residuo no es 0, si se desea repartir totalmente la cantidad es necesario fraccionar la unidad inicial y tomar las nuevas partes como nuevas unidades.


P. ej., para resolver la situación 3 repartido entre 4; debido a que las 3 unidades enteras no se podrían repartir entre 4, cada una de ellas se divide en 2. Así, se tienen 6 nuevas unidades de  $\frac{1}{2}$ , que al ser repartidas entre 4 corresponde de a una (una unidad de  $\frac{1}{2}$ ). Después de este reparto quedan 2 de  $\frac{1}{2}$ . Para distribuir estos dos  $\frac{1}{2}$  se vuelven a dividir entre 2, ahora se tienen 4 unidades de  $\frac{1}{4}$ , lo que equivale a un  $\frac{1}{4}$ ; de manera que a cada uno se reparte  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ , es decir  $\frac{3}{4}$ . Lo aquí ilustrado se puede hacer con papel, piolas, cintas y gráficas.

1 3 Unidades 

2 6 Unidades de  $\frac{1}{2}$  

corresponde:  a cada uno  
y quedan: 

3 Nuevamente se divide en 2 cada parte sobrante 

corresponde de un  a cada uno  
4 Unidades de  $\frac{1}{4}$  (porque son la mitad de la mitad)

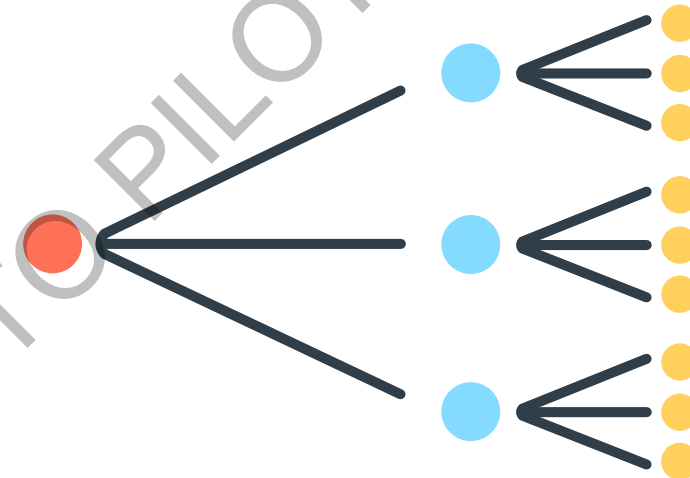
**Resultado:** A cada uno corresponde

$$1 \text{ unidad de } \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{4}$$

$$1 \text{ unidad de } \frac{1}{4}$$

## 28 Correspondencias múltiples

Son situaciones en las que algo **A** equivale a una cantidad de otra cosa **B** (o a algo **A** le corresponden varias de B) y a su vez una unidad de **B** equivale (o corresponde) a una cantidad de **C** y así sucesivamente. Una forma de representar estas situaciones es mediante diagramas de árbol.















- Una unidad de tipo **A** de algo equivale a 3 unidades tipo **B**, y cada una de estas, a 3 unidades de tipo **C**; a su vez cada una de estas a 3 unidades de tipo **D**, etc. ( $A = 3B$ ;  $B = 3C$ ;  $C = 3D$ ).
- En una caja tipo **A** se empaican 3 objetos, en una **B** se empaican 3 cajas tipo **A**, en una **C**, 3 tipo B, etc.
- Las equivalencias entre unidades de sistema métrico involucran la potenciación (si  $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$  y  $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ , entonces  $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$ )









DOCUMENTO PILOTO

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Referencias Bibliográficas

-  Batanero, C., & Godino, J. (2003). Matemática y su didáctica para maestros. Estocástica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6\\_Estocastica.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf)
-  Brissiaud, R. (1993). El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos. Madrid: Aprendizaje Visor.
-  Chamorro, C., & Belmonte, J. (1999). El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales. Madrid: Editorial Síntesis.
-  Corbalán, F. (1997). La matemática aplicada a la vida cotidiana. Barcelona: Graó.
-  E.O.E.P DE PONFERRADA. Proyecto de Formación en Centros CFIE DE PONFERRADA Curso 2002-2003, Resolución de problemas aritméticos en educación primaria. Recuperado de: [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04003688/helvia/sitio/upload/Resoluci\\_problemas.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04003688/helvia/sitio/upload/Resoluci_problemas.pdf)
-  Frías, A., Gil, F., & Moreno, M. (2001). Introducción a las magnitudes y la medida. Longitud, masa, amplitud, tiempo. En Castro, E. (Ed.). Didáctica de la Educación Matemática en Primaria. Madrid: Editorial Síntesis.
-  Giménez, J.; Díez-Palomar, J. & Civil, M. (Coord). (2007). Educación matemática y exclusión. Barcelona: Graó.
-  Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5\\_Medida.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf)
-  Godino, J., & Ruiz, F. (2003). Geometría y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)
-  Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2004). Didáctica de la Matemática para Maestros. Proyecto Edumat-maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm>
-  Gutiérrez, J. M., et al. (2006). Módulo 4. Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica del Departamento de Antioquia. Medellín: Secretaría de Educación de Antioquia. Recuperado de: <http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%204%20PENSAMIENTO%20ESPACIAL.pdf>
-  MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55269.html>

-  MEN. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
-  MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55269.html>
-  MEN. (2009). Documento N° 11: Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del decreto 1290 de 2009. Bogotá. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769\\_archivo\\_pdf\\_evaluacion.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769_archivo_pdf_evaluacion.pdf)
-  MEN. (2015). Caja de materiales Siempre Día E. Recuperado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/86437>
-  MEN. (2016). Caja de materiales Siempre Día E. Recuperado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/93216>
-  National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.
-  Posada, F. A., et al. (2006). Módulo 3 Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica del Departamento de Antioquia. Medellín: Secretaría de Educación de Antioquia. Recuperado de: <http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%203%20PENSAMIENTO%20M%C3%89TRICO.pdf>
-  Zapata, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. Revista Uni-pluri/versidad, 14 (1), 53-62